

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE AUTOMAÇÃO E SISTEMAS**

Felipe Fernandes Thomé

**CONTROLE PREDITIVO ROBUSTO DE SISTEMAS
NÃO LINEARES COM ATRASO**

Florianópolis

2013

Felipe Fernandes Thomé

**CONTROLE PREDITIVO ROBUSTO DE SISTEMAS
NÃO LINEARES COM ATRASO**

Dissertação de mestrado submetida ao
Programa de Pós-Graduação em En-
genharia de Automação e Sistemas para
a obtenção do Grau de Mestre em En-
genharia de Automação e Sistemas.
Orientador: Prof. Dr. Julio Elias Normey-
Rico
Coorientador: Prof. Dr. Tito Luís
Maia Santos

Florianópolis

2013

Catálogo na fonte elaborada pela biblioteca da
Universidade Federal de Santa Catarina

A ficha catalográfica é confeccionada pela Biblioteca Central.

Tamanho: 7cm x 12 cm

Fonte: Times New Roman 9,5

Maiores informações em:

<http://www.bu.ufsc.br/design/Catalogacao.html>

Felipe Fernandes Thomé

**CONTROLE PREDITIVO ROBUSTO DE SISTEMAS
NÃO LINEARES COM ATRASO**

Esta Dissertação de mestrado foi julgada aprovada para a obtenção do Título de **“Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas”**, e aprovada em sua forma final pelo **Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas**.

Florianópolis, 20 de dezembro de 2013.

Prof. Dr. Jomi Fred Hübner
Coordenador do Curso

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Julio Elias Normey-Rico
Presidente – Orientador – DAS – UFSC

Prof. Dr. Henrique Simas – EMC – UFSC

Prof. Dr. Augustinho Plucenio – DAS – UFSC

Prof. Dr. Rodolfo César Costa Flesh – DAS – UFSC

AGRADECIMENTOS

À minha mãe Elaine e ao meu pai Dorival pelo amor, pelos ensinamentos, pelo suporte e pela confiança que sempre depositaram em mim. Aos meus irmãos pelo amor, amizade e companheirismo. Aos meus grandes amigos pela companhia nos momentos de alegria e pela força nos momentos de dificuldade. Meu muito obrigado ao professor Julio pelos seus ensinamentos e por sua grande amizade e também ao professor Tito pelo grande apoio durante todo esse trabalho.

Se o homem soubesse as vantagens de ser bom, seria homem de bem só por egoísmo.

Santo Agostinho

RESUMO

Nesse trabalho é proposta uma estratégia de Controle Preditivo capaz de controlar de forma robusta processos modelados de forma não linear com atraso de transporte. Essa abordagem é interessante quando considera-se a crescente importância dos controladores preditivos em controle de processos complexos, devido principalmente a sua grande inserção na indústria de petróleo e gás. O trabalho apresenta uma revisão do controle preditivo não linear e do controle preditivo robusto de processos com atraso de transporte. Como resultado dessa análise opta-se por focar os estudos no controlador PNMPC (*Practical Non-linear Predictive Control*) e nas estratégias de compensação de atraso baseadas no preditor de Smith filtrado, dado que essas oferecem as melhores propriedades para a proposta do trabalho. São realizados estudos da robustez do PNMPC observando o comportamento da incerteza equivalente quando esse controlador está configurado para controlar processos com atraso de transporte. É demonstrado que a incerteza equivalente traz consigo um acúmulo de variáveis da correção fornecida pelo modelo de perturbação, sendo esse um fenômeno indesejado, pois aumenta a norma da incerteza equivalente levando a uma menor robustez do controle em malha fechada. Esse estudo traz um caminho alternativo para aumentar a robustez do PNMPC, pois evidencia o acúmulo das variáveis de correção e traz a possibilidade da utilização de compensadores de atraso explícitos, elucidando um esquema de controle com o PNMPC atuando como um controlador primário que utiliza uma predição fornecida por um preditor para o cálculo do controle; levando assim a uma nova configuração, o PNMPC com um modelo de perturbação modificado. Propõe-se uma estratégia mais robusta para o controle preditivo não linear de processos com atraso de transporte, o PNMPC com compensação explícita do atraso via PSF (preditor de Smith filtrado). E é comprovado analiticamente tanto para o caso linear quanto para o caso não linear o aumento da robustez no controle de processos com atraso de transporte das estratégias desenvolvidas nesse trabalho, o PNMPC, o PNMPC modificado e o PNMPC com compensação de atraso via preditor de Smith filtrado. Para a demonstração analítica da robustez utiliza-se a abordagem da observação do comportamento da incerteza equivalente, possível quando referencia-se o esquema de controle mais o preditor de forma equivalente e analisa-se a relação entre as incertezas. Ainda, durante todo o trabalho são

apresentadas simulações de controle que evidenciam o ganho de robustez das estratégias desenvolvidas, simulações essas que comparam as respostas dinâmicas do controle em malha fechada das três estratégias, PNMPC, PNMPC Modificado e PNMPC com compensação de atraso via preditor de Smith filtrado tanto para o caso linear quanto para o caso não linear considerando incertezas na estimação dos atrasos.

Palavras-chave: PNMPC, PSF, Controle Preditivo, Robustez

ABSTRACT

It is proposed a predictive control strategy able do robustly control nonlinear processes with transport delay. This approach is interesting when it is considered the growing importance of predictive controllers for controlling complex processes, mainly due to its large insertion in the oil and gas industry. This work presents an overview of the nonlinear predictive control and robust predictive control of processes with transport delay. As a result of this analysis it is chosen to focus the studies on the controller PNMPC (Practical Nonlinear Predictive Control) and on the transport delay compensation strategies based on filtered Smith predictor as they offer the best properties for the proposed work. It is performed studies of the robustness of PNMPC observing the behavior of the equivalent uncertainty when the controller is configured to control processes with transport delay. It is shown that the equivalent uncertainty brings with itself an accumulation of the correction variable provided by the disturbance model, it is an unwanted phenomenon because it increases the norm of the equivalent uncertainty decreasing the robustness of closed loop control. This study provides an alternative way to increase the robustness of the PNMPC for demonstrating the accumulation of the correction variable and it brings the possibility of using explicit delay compensators. It can clarify a control scheme with PNMPC acting as a primary controller that uses a prediction provided by a predictor for the calculation of control. It is proposed a robust nonlinear predictive control of processes with transport delay, the PNMPC with explicit delay compensation via FSP (filtered Smith predictor). And it is analytically demonstrated for both linear and nonlinear cases the increase of the robustness in control process with transport delay. For the analytical demonstration of the robustness it is observed the behavior of the equivalent uncertainty, that is possible when it is referenced the control scheme more the predictor, in a equivalent way, for analyse the relationship between uncertainties. Also, control simulations show the robustness gain of the developed strategies, these simulations compare the dynamic responses, of the closed loop control, of the three strategies: PNMPC, modified PNMPC and the PNMPC with delay compensator via FSP, for both linear and nonlinear cases and considering uncertainties in the transport delay.

Keywords: PNMPC, FSP, Predictive Control, Robustness

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Controle preditivo	30
Figura 2	Modelo de perturbação do PNMPC	45
Figura 3	Diagrama de blocos para um controle com atraso	50
Figura 4	Preditor de Smith	50
Figura 5	Preditor de Smith filtrado	52
Figura 6	Estrutura para implementação do preditor de Smith filtrado.....	53
Figura 7	Controle MPC com compensação explícita do atraso ...	56
Figura 8	Simulação de controle PNMPC sem erros de modelagem	60
Figura 9	Simulação de controle PNMPC com erros de modelagem	60
Figura 10	Modelo de perturbação do PNMPC	61
Figura 11	PNMPC e a predição explícita	63
Figura 12	Respostas temporais; $d = 10$ e $d_n = 8$	70
Figura 13	Respostas temporais; $d = 80$ e $d_n = 64$	71
Figura 14	Respostas temporais; $d = 80$ e $d_n = 64$	76
Figura 15	Respostas temporais; $d = 20$ e $d_n = 18$	78
Figura 16	Respostas temporais; $d = 100$ e $d_n = 89$	78
Figura 17	Respostas temporais com Preditor Modificado; $d = 100$ e $d_n = 89$	78
Figura 18	Resposta temporal do controle do reator com o PNMPC	80
Figura 19	Resposta temporal do controle do reator com o PNMPC Modificado	80
Figura 20	PNMPC com compensação de atraso via preditor de Smith filtrado	82
Figura 21	Preditor de Smith filtrado; $d = 100$ e $\delta = 70$	84
Figura 22	Preditor modificado; $d = 100$ e $\delta = 70$	84
Figura 23	Controle Linear com Compensação de Atraso	87
Figura 24	Esquema equivalente de Controle	87

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PID	<i>Proportional, Integral and Derivative</i> - Proporcional, Integral e Derivativo.....	21
DMC	<i>Dynamic Matrix Control</i> - Controle por Matriz Dinâmica	22
GPC	<i>Generalized Predictive Control</i> - Controle Preditivo Generalizado.....	22
LMPC	<i>Linear Model Predictive Control</i> - Controle Preditivo baseado em Modelo Linear.....	22
NMPC	<i>Nonlinear Model Predictive Control</i> - Controle Preditivo baseado em Modelo Não Linear.....	22
MPC	<i>Model Predictive Control</i> - Controle Preditivo baseado em Modelo.....	22
PNMPC	<i>Practical Nonlinear Model Predictive Control</i> - Controle Preditivo Prático baseado em Modelo Não Linear.....	23
SPF	<i>Smith Predictor Filtered</i> - Preditor de Smith filtrado ..	23
SQP	<i>Sequential Quadratic Programming</i> - Programação Quadrática Sequencial.....	25
EPSAC	<i>Extended Prediction Self-Adaptive Control</i> - Controlador Preditivo Auto-Adaptativo Estendido.....	30
MAC	<i>Model Algorithmic Control</i> - Controle Algorítmico baseado em Modelo.....	30
ARIMA	<i>Auto-Regressive and Integrated Moving Average</i> - Auto-Regressivo e de Média Móvel Integrada.....	33
SISO	<i>Single-Input Single-Output</i> - Uma Entrada e Uma Saída	35
QP	<i>Quadratic Programming</i> - Programação Quadrática....	36
MIMO	<i>Multiple-Input Multiple-Output</i> - Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas.....	37
NARMAX	<i>Nonlinear Auto-regressive with Moving Average and Exogenous Inputs</i> - Auto-Regressivo Não Linear com Média Móvel e Entradas Exógenas.....	44
BIBO	<i>Bounded Input Bounded Output</i> - Entrada Limitada Saída Limitada.....	91
SBAI	Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente	108

LISTA DE SÍMBOLOS

\mathbb{R}	Conjunto dos números reais	30
a	Vetor com dimensões apropriadas	30
$a(k)$	Elemento k do vetor a	30
$a(k+j k)$	Predição para $y(k+j)$ dadas as informações do instante k	30
\mathbb{R}^p	Conjunto dos vetores de dimensão p com números reais	30
a	Série de valores	30
a_i	Elemento i da série a	30
A	Matriz com dimensões apropriadas	31
A	Função de transferência	31
$A(z^{-1})$	Matriz de transferência pulsada	31
$A(s)$	Função de transferência contínua	31
z^{-1}	Operador atraso unitário	31
Δ	Operador de incremento, $\Delta = 1 - z^{-1}$	31
Δa	Incremento unitário do vetor a	31
$\Delta a(k)$	Incremento de $a(k)$ em k , $\Delta a(k) = a(k) - a(k-1)$	31
\dot{a}	Derivada de a	37
$\frac{\partial a}{\partial x}$	Derivada parcial de a em relação a x	41
$\frac{\partial a}{\partial x} _{(a(i), x(i))}$	Derivada parcial de a em relação a x , aplicada no ponto $(a(i), u(i))$	41
I	Matriz identidade	43
$A(:, n)$	coluna n da matriz A	45
q^{-1}	Operador deslocamento unitário	45
$A(e^{j\omega})$	Resposta em frequência de $A(z^{-1})$	56
$A(j\omega)$	Resposta em frequência de $A(s)$	56
$a \rightarrow b$	Valor do a tende a b	63
$\ A\ $	Norma induzida da matriz A	69
\mathbf{A}	Conjunto de matrizes A	86
\mathbf{a}	Sequência indefinida de valores do vetor a	95
$\mathbf{a}_{[i,j]}$	Sequência definida de valores de a , $\mathbf{a}_{[i,j]} = \{a(i), \dots, a(j)\}$	95
$ a _s$	Norma induzida do vetor a	95

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	21
1.1 OBJETIVOS	24
1.2 REVISÃO DA LITERATURA	24
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	27
2 CONTROLE PREDITIVO	29
2.1 CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO LI- NEAR	29
2.1.1 Modelo de Predição	29
2.1.2 Modelo de Perturbação	33
2.1.3 Reposta Livre e Forçada	34
2.1.4 Função Objetivo	34
2.1.5 Trajetória de Referência e Restrições	35
2.1.6 Obtenção da Lei de Controle	36
2.2 CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO NÃO LINEAR	37
2.2.1 Métodos com Modelos de Processo Não Linear na Função Objetivo	38
2.2.2 Métodos com Modelos de Processo Particulares	38
2.2.3 Métodos com Modelos Linearizados	39
2.3 PRATICAL NONLINEAR MODEL PREDICTIVE CON- TROL	40
2.3.1 Obtenção Numérica das Predições	44
2.3.2 Modelo de Perturbação	45
2.4 CONCLUSÃO	47
3 COMPENSAÇÃO DE ATRASO	49
3.1 PREDITOR DE SMITH	49
3.2 PREDITOR DE SMITH FILTRADO	51
3.3 COMPENSAÇÃO DE ATRASO EM CONTROLADORES PREDITIVOS	53
3.4 CONCLUSÃO	56
4 PNMPCC COM COMPENSAÇÃO DE ATRASO RO- BUSTA	59
4.1 MODIFICAÇÃO NO ESQUEMA DE CORREÇÃO DA PREDI- ÇÃO NO PNMPCC	61
4.1.1 Análise da Incerteza Equivalente em um PNMPCC Linear	62
4.1.2 Preditor Modificado	71

4.1.3 Preditor Modificado em um PNMPC Não Linear . .	76
4.1.4 Estudo de Caso	78
4.2 PNMPC COM COMPENSAÇÃO DE ATRASO VIA PRE- DITOR DE SMITH FILTRADO	80
4.3 CONCLUSÃO	83
5 ANÁLISE DE ROBUSTEZ	85
5.1 DESCRIÇÃO DAS INCERTEZAS	85
5.2 ANÁLISE LINEAR DA ROBUSTEZ	86
5.2.1 Compensação de Atraso Explícita	88
5.2.2 Compensação de Atraso Modificada	89
5.2.3 Compensação via Preditor de Smith Filtrado	90
5.3 ANÁLISE NÃO LINEAR DA ROBUSTEZ	94
5.3.1 PNMPC	96
5.3.2 PNMPC Modificado	100
5.3.3 PNMPC via Preditor de Smith Filtrado	102
5.4 CONCLUSÃO	105
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	107
REFERÊNCIAS	109

1 INTRODUÇÃO

Grande parte dos processos existentes na indústria de petróleo e gás utilizam controladores preditivos [1]. Neste cenário eles estão frequentemente configurados em uma segunda camada, para o constante ajuste dos *set points* de controladores PID (*Proportional, Integral and Derivative*), por sua vez configurados em uma primeira camada de controle [2].

A crescente utilização dessas estratégias pode ser atribuída ao fato de elas facilitarem a declaração de problemas de controle relativamente complexos, como os casos de controle de processos multivariáveis, processos integradores, processos instáveis, processos não lineares e processos com atraso de transporte. Outras vantagens importantes são a declaração simples e direta de restrições de controle e de processo e também a relativa praticidade de ajuste do controlador, que o viabiliza para pessoas com conhecimentos superficiais na teoria de controle de processos [3].

A respeito da expressão *Controle Preditivo*, é importante salientar que ela não se refere a uma estratégia de controle apenas, mas a um grupo vasto de estratégias de controle que possuem as seguintes características em comum [3]:

- a utilização de um modelo do processo para prever a magnitude de suas saídas em um horizonte de tempo futuro predeterminado;
- a utilização de um método de otimização para calcular o esforço de controle futuro, que através da otimização de uma função custo busca, dentre outros objetivos, a minimização do erro de seguimento a referência futura;
- a utilização da estratégia do horizonte deslizante, que significa a cada instante de amostragem calcular uma sequência de valores de controle futuro necessários para se otimizar uma função custo e aplicar apenas o primeiro valor de controle desse horizonte.

Ainda no contexto do controle preditivo, as estratégias mais utilizadas na indústria são aquelas aplicadas ao controle preditivo de processos lineares, LMPC (*Linear Model Predictive Control*), como as técnicas DMC (*Dynamic Matrix Control*) e GPC (*Generalized Predictive Control*), que desde a década de 70 consolidaram-se como as principais estratégias preditivas. Como na verdade, em essência, todos processos são não lineares, a prática corrente é a linearização em torno de pontos

de operação e a utilização das estratégias de controle preditivo para processos lineares [4].

Contudo, a evolução da concorrência industrial que acentua a necessidade de maior rendimento dos processos de produção e a presença de novas restrições cada vez mais severas demandadas principalmente por regulamentações governamentais, como aquelas relacionadas à saúde e ao meio ambiente, exigem um maior desempenho dos controladores. E ainda, a viabilização do controle de diferentes e novos processos com não linearidades mais complexas, oriundos das necessidades de novos setores industriais, só pode ser dada com a utilização de modelos não lineares para representar a sua dinâmica [5]. Assim, a aplicação do controle preditivo em processos não lineares, NMPC (*Nonlinear Model Predictive Control*), surge como uma boa solução para essas questões.

Como a aplicação de controle preditivo requer a utilização de um modelo do processo, essa necessidade de um maior desempenho pode requerer modelos mais realistas, não apenas linearizações em pontos de operações fixos. Isso é necessário tanto porque o grau de não linearidade dos processos controlados pode ser alto quanto porque os pontos de operações podem ser variáveis. Para suprir essa necessidade surgiram com o decorrer do tempo diversas técnicas MPC (*Model Predictive Control*) que apresentam maior desempenho ao controlar sistemas não lineares. Uma das várias classificações [1] agrupa as técnicas em 3 conjuntos:

1. técnicas que utilizam diretamente um modelo não linear geral e também um algoritmo de otimização não linear genérico. Essas técnicas, apesar de gerais, não se apresentam interessantes quando avalia-se o seu desempenho¹ [1];
2. técnicas que utilizam modelos não lineares específicos para cada situação e um algoritmo de otimização particular. Essas técnicas, apesar de apresentarem bom desempenho, são relativamente complexas, o que diminui as possibilidades de aplicação. Além de que o processo não linear em questão deve se adequar a cada caso específico;
3. técnicas que usam formas aproximadas para o cálculo das predições do processo não linear de forma tal a utilizar um algoritmo de otimização linear.

¹Essas estratégias podem demandar um alto desempenho computacional, mesmo sem fornecer grandes vantagens quando comparadas com técnicas LMPC

Dentre as técnicas de controle preditivo não linear do terceiro grupo acima citado, o PN MPC (*Practical Nonlinear Model Predictive Control*) [1] vem apresentando bom desempenho e vasta possibilidade de aplicação, o que o torna interessante quando avalia-se simplicidade.

Outro componente comum no comportamento dos processos, principalmente nos da indústria de petróleo e gás, é o atraso. Esse fenômeno aparece devido ao tempo necessário para o transporte de matéria, de energia e de informação, bem como quando vários processos de baixa ordem compõem o sistema a ser controlado ou devido também ao tempo necessário para o cálculo do próximo esforço de controle [6].

A dificuldade de controlar em malha fechada esses tipos de processos é tradicionalmente reconhecida pela literatura. Ela pode ser explicada pelo fato de a ação de controle a ser aplicada no instante atual ser calculada com base em um erro entre a saída e o *set point* referente a um tempo anterior ao atraso. Esse fenômeno também pode ser explicado no domínio da frequência, no qual o atraso de transporte diminui a margem de fase do sistema sob controle de forma acentuada podendo provocar a instabilidade em malha fechada [6]. São justamente estes fatores que fazem com que controladores baseados em estratégias clássicas, como os controladores PID, somente sejam capazes de manter a estabilidade de processos controlados de forma conservadora, ou seja, submetendo-os a dinâmicas lentas [6].

Alguns estudos apresentaram estratégias interessantes para contornar o problema do atraso de transporte e conseguir-se melhor desempenho dos controladores. A maioria dessas estratégias são baseadas nas ideias do preditor de Smith [7], que pode alcançar bom desempenho em malhas locais. Como mencionado inicialmente, o controle de processos com atraso é também uma das vantagens de controladores preditivos, que tratam intrinsecamente esse problema, já que fazem uso de um modelo do processo para prever saídas futuras, podendo simplesmente considerar aquelas que aparecem após o efeito do atraso.

No entanto, o marco teórico que apresenta uma estratégia com alto desempenho robusto para controladores preditivos em plantas com atraso só aparece em [4], com a utilização de um filtro de robustez específico para lidar com problemas de incerteza e perturbações desconhecidas, dando origem ao GPC com base no FSP, *Filtered Smith Predictor*.

Problemas como os levantados acima, nos quais deseja-se controlar processos com dinâmicas não lineares complexas e variação constante de pontos de operação ou deseja-se controlar processos com longos atrasos de transporte, são há algum tempo resolvidos individualmente

de forma satisfatória. No entanto, percebe-se certa carência no que diz respeito ao desenvolvimento de uma estratégia eficiente, que apresente alto desempenho robusto ao controlar processos que possuam as duas problemáticas acima citadas ao mesmo tempo e ainda que faça uso das diversas vantagens oferecidas pelos controladores preditivos. É nesse contexto que esse projeto de pesquisa se faz presente e tem como objetivo principal o estudo e o desenvolvimento de uma estratégia que seja capaz de lidar com todas essas questões de forma robusta.

1.1 OBJETIVOS

A partir da contextualização inicial é possível listar os objetivos desse projeto. O problema exposto ressalta a necessidade do desenvolvimento de uma estratégia robusta para o controle preditivo de processos não lineares com atraso de transporte. Assim, declara-se o objetivo principal por:

- unificar a compensação robusta do atraso e o controle preditivo para sistemas não lineares utilizando a estratégia FSP e o algoritmo PNMP.

Para alcançar esse objetivo, dois objetivos específicos foram estabelecidos, sendo eles:

1. elaborar um algoritmo para implementar um controlador preditivo MPC que integre o FSP com o PNMP;
2. analisar as propriedades de robustez da estratégia de controle desenvolvida.

1.2 REVISÃO DA LITERATURA

A utilização de controladores preditivos segue em uma crescente ascensão há mais de 30 anos. O destaque principal se dá ao setor petroquímico, ocupando sempre as atenções da maioria dos fornecedores que acabam investindo na modernização dos seus controladores preditivos, transformando-os de tempos em tempos. Pesquisas que organizam as gerações desses equipamentos mostram que já se pode considerar a presença de uma quarta geração dessa tecnologia [8], confirmando assim sua rápida evolução. Tal crescimento incentiva sempre mais e mais

as pesquisas científicas relacionadas ao desenvolvimento das estratégias de controle preditivo.

Demandas industriais também dão corpo às pesquisas em torno de estratégias NMPC. Atualmente existem diversas estratégias relacionadas ao controle preditivo de sistemas não lineares, que podem ser agrupadas da seguinte maneira [1]:

- as que utilizam um algoritmo de otimização genérico e também modelos não lineares generalizados para o controle dos processos não lineares;
- as que utilizam modelos não lineares específicos e algoritmos de otimização também específicos para o mesmo propósito;
- as que podem utilizar diversos modelos lineares e também otimização linear para controlar processos não lineares.

A respeito do primeiro grupo de estratégias, encontra-se na otimização de funções objetivo com a presença de modelos de predição não lineares a principal solução para o cálculo dos esforços de controle. Essa otimização pode ser realizada através da utilização da Programação Não Linear ou SQP (*Sequential Quadratic Programming*). Devido a utilização de modelos lineares genéricos esses algoritmos podem ser aplicados em diversas situações. No entanto, possuem baixo desempenho [9].

No segundo grupo de estratégias de controle preditivo de sistemas não lineares, a dificuldade de desempenho oriunda da utilização dos métodos de otimização escolhidos pode ser contornada com a utilização de modelos não lineares específicos, como por exemplo Séries de Volterra [10], em conjunto com a utilização de um método mais simples de otimização não linear. No entanto, o processo real deve respeitar todas as restrições exigidas pela técnica de modelagem específica adotada.

No terceiro grupo de estratégias, tem-se aquelas que fazem uso de diversos modelos lineares e também de otimização linear. Esses tipos de estratégias são também referidas em outros contextos, como MPC robusto [11–13], MPC adaptativo [14] e MPC escalonado [15]. Vale ressaltar o baixo desempenho desses algoritmos e o alto custo computacional agregado as suas utilizações [1].

Geralmente muitos processos não lineares são modelados utilizando algoritmos, a exemplo de redes neurais, que fornecem as saídas nominais dos processos dadas as entradas e os estados atuais. Com a

premissa da existência de tais abordagens de modelagem, mais recentemente, em [1], foi desenvolvida uma estratégia eficiente para o controle de muitos desses processos não lineares. Essa estratégia, PNMPC, tem em seu cerne a aproximação linear do modelo de predição não linear a cada instante de amostragem e a consecutiva otimização quadrática, similar, portanto, à formulação tradicional do algoritmo GPC. No entanto, o diferencial dessa técnica é a maneira pela qual ela define a linearização do modelo de predição não linear a cada instante de amostragem. Nela também é utilizada a formulação tradicional de cálculo da predição dividindo a resposta livre da resposta forçada e é proposta apenas a linearização numérica da resposta forçada, enquanto mantém-se maior proximidade da resposta real do processo ao utilizar um modelo não linear para determinar a resposta livre [1]. O algoritmo PNMPC tem sido implementado em várias situações práticas, demonstrando um bom compromisso entre desempenho, simplicidade e velocidade [1]. Por isso ele será o algoritmo NMPC escolhido para esse trabalho.

Sobre a evolução das abordagens que tratam do controle preditivo de processos com atraso de transporte, há algum tempo já foi mostrada a possibilidade de se contornar o problema do atraso de forma implícita, ou seja, utilizando os próprios parâmetros do controlador para compensar internamente o atraso [3]. Por esse motivo, durante muito tempo, acreditou-se que o atraso não apresentava problemas aos algoritmos MPC e isso explica, em parte, a evolução lenta da literatura de Controle Preditivo para sistemas com atraso [2]. Shi, Chai e Yue [16] também já apontaram que existem poucos algoritmos MPC voltados para tratar da questão do atraso de maneira explícita, ou seja, realizar uma compensação do atraso sem envolver o controlador preditivo [16]. E ainda, os algoritmos MPC mais utilizados na indústria usam funções custo com horizonte finito [8], sendo que a literatura que estuda o efeito do atraso em algoritmos MPC de horizonte finito é ainda mais escassa do que aquela baseada em horizonte infinito [2].

Apesar dessas dificuldades, surgiram algumas abordagens que tratam o efeito do atraso em algoritmos MPC de horizonte finito, como a proposta em [17], que é interessante por apresentar uma maneira para compensar o atraso de forma explícita. Mas por outro lado esse trabalho não estuda o efeito de incertezas no atraso. Outro trabalho que aborda a questão do atraso em estratégias MPC de horizonte finito é o apresentado em [18], com o atraso expresso na forma de incertezas politópicas, sendo possível assim estabilizar o sistema de forma robusta na presença de restrições no controle e incertezas no atraso. No entanto, o esforço computacional nesse caso fica dependente do tamanho do

atraso nominal, o que é impróprio para atrasos muito longos. Outro trabalho, apresentado recentemente em [19], mostra uma estratégia de controle preditivo robusto para sistemas com atraso com características importantes como controle por zonas e domínio de atração aumentado, mas ainda o comprimento do atraso afeta o tamanho da representação, como ocorre em [18].

No contexto da linha de pesquisa apresentada em [17], uma estrutura de compensação baseada no FSP pode ser utilizada no controle preditivo para sistemas com atraso. Esse trabalho iniciou-se com os desenvolvimentos contidos em [4], nos quais foram demonstrados para sistemas sem restrições que o desempenho robusto de estratégias MPC convencionais poderia ser melhorado a partir da utilização de um filtro de robustez. Seguiu-se então por diversas extensões e adaptações culminando no trabalho realizado em [2], no qual a partir de um detalhamento entre as diferenças entre a compensação de atraso realizada de forma implícita nos controladores MPC e a compensação de atraso realizada via preditor de Smith filtrado, demonstrou-se que o preditor de Smith filtrado pode ser utilizado para melhorar a robustez de controladores preditivos na presença também de restrições. Devido às suas qualidades, a estratégia FSP será utilizada nesse trabalho.

Como proposta tem-se então a combinação das estratégias FSP e PNMPC para o controle de uma classe de processos não lineares com atraso. Trabalhos anteriores já propuseram técnicas para o controle de processos não lineares com atraso de transporte, como o apresentado em [20]. O autor utiliza um algoritmo de linearizações sucessivas combinado com uma compensação de atraso via preditor de Smith, e mostra um ganho nos resultados obtidos quando comparado com técnicas lineares de controle que utilizam um modelo do processo linearizado. Pretende-se agora estender as propriedades de robustez existentes nos LMPC com preditor de Smith filtrado para o caso de controladores PNMPC com preditor de Smith filtrado.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Os próximos capítulos apresentam o trabalho realizado no projeto, partindo das referências teóricas, passando pelo desenvolvimento, até chegar às conclusões. No capítulo 2 é apresentado o embasamento teórico necessário para a compreensão do controle preditivo, com os conceitos principais relacionados às estratégias de controle preditivo baseado em modelo linear, uma abordagem introdutória ao controle

preditivo baseado em modelo não linear e finalizado com um detalhamento especial da estratégia PNMPC.

O capítulo 3 contém nas suas duas primeiras seções o embasamento teórico necessário para a compreensão das técnicas de compensação de atraso denominadas preditor de Smith e preditor de Smith filtrado, as quais servem de base à apresentação da terceira seção desse mesmo capítulo, na qual é abordada a temática relacionada à compensação de atraso em controladores preditivos.

No capítulo 4 é detalhada parte dos desenvolvimentos relacionados ao objetivo principal desse projeto: estudar a estratégia PNMPC com vistas a torná-la mais robusta. Na sua primeira seção é apresentado o desenvolvimento de uma modificação no esquema tradicional de correção da predição no PNMPC e na sua segunda seção é apresentada uma nova estratégia de controle preditivo de processos não lineares com compensação robusta de atraso, o PNMPC com compensação robusta de atraso via preditor de Smith filtrado.

No capítulo 5 o desenvolvimento final do objetivo desse projeto é apresentado através de análises de robustez para três estratégias específicas, o PNMPC, o PNMPC com o esquema de correção da predição modificado e o PNMPC com compensação de atraso robusta via preditor de Smith filtrado, sendo essas duas últimas as estratégias desenvolvidas nesse trabalho.

Por fim, as conclusões e os últimos comentários estão contidos no capítulo 6.

2 CONTROLE PREDITIVO

O termo controle preditivo pode muitas vezes levar à conclusão de que se esta referindo a uma estratégia específica de controle. Na verdade essa designação é utilizada para retratar uma ampla família de controladores que obtêm uma ação de controle através da minimização de uma função objetivo, a qual contempla, dentre diversas variáveis o erro entre a saída predita em um horizonte futuro e a referência [6].

Os algoritmos que fazem parte da família Controle Preditivo possuem em comum as características de utilizarem um modelo explícito do processo sob controle para obterem uma predição, utilizada no cálculo da próxima ação de controle, um método de obtenção da lei de controle e também uma função objetivo a ser minimizada. Sendo que as diferentes opções de modelo, função objetivo e método de cálculo do controle geram as diversas versões de controladores preditivos propostos na literatura.

Nesse trabalho a intenção é propor uma estratégia de Controle Preditivo capaz de controlar de forma robusta processos não lineares com atraso de transporte. Com vistas a introduzir a teoria que formula o PNMPC apresentam-se na seção 2.1 os principais conceitos acerca de controladores preditivos lineares, em seguida na seção 2.2 apresenta-se também uma introdução sobre o controle preditivo de processos não lineares e, por fim, na seção 2.3 apresenta-se o PNMPC.

2.1 CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO LINEAR

Como citado inicialmente, um controlador preditivo é definido principalmente pelo modelo que utiliza para prever o estado futuro do processo sob controle, pela função objetivo que utiliza para calcular a ação de controle e por último pelo método de otimização utilizado para o cálculo. A seguir apresenta-se um pouco sobre cada uma dessas características de uma estratégia de controle preditivo baseado em modelo linear.

2.1.1 Modelo de Predição

O modelo de predição é provavelmente o elemento mais importante dentro do controlador. Ele deve ser capaz de representar ade-

quadamente a dinâmica do processo sob controle, pois assim é possível obter as previsões para a saída do processo que serão utilizadas no cálculo para a próxima ação de controle.

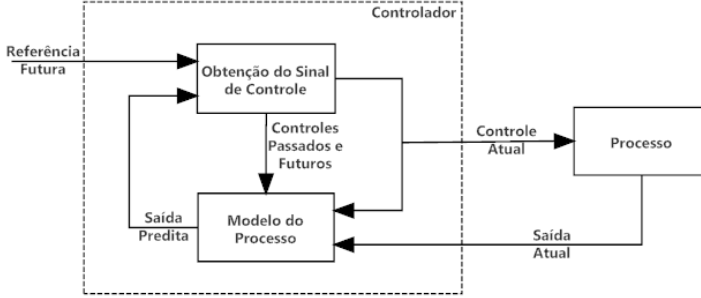


Figura 1 – Controle preditivo

As diferentes estratégias de LMPC utilizam diferentes formas para representar as relações entre entradas manipuladas, perturbações e saídas do processo. Geralmente o modelo é separado em duas partes: o modelo do processo propriamente dito e o modelo das perturbações, ambos necessários para o cálculo das previsões. Os modelos mais usados para representar o processo são:

- **Resposta impulsiva:** utilizado no MAC (*Model Algorithmic Control*) e em casos especiais no GPC e no EPSAC (*Extended Prediction Self-Adaptive Control*). A relação entrada saída é dada pela equação (2.1).

$$y(k) = \sum_{i=1}^{\infty} h_i u(k-i) \quad (2.1)$$

Sendo¹ h_i as amostras da saída do processo correspondentes à aplicação de um impulso na entrada do mesmo. Como essa sequência é infinita, a resposta é truncada para os primeiros N valores, ou seja, o modelo somente pode ser usado com plantas estáveis, nas quais $h_i \rightarrow 0$ quando $i \rightarrow \infty$:

¹Nesse trabalho o operador atraso será representado por z^{-1} , sendo z uma variável complexa

$$y(k) = \sum_{i=1}^N h_i u(k-i) = H(z^{-1}) u(k). \quad (2.2)$$

Sendo, na equação (2.2), $H(z^{-1}) = h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + \dots + h_N z^{-N}$. A predição da saída em $k+j$ dado o instante $k - \tilde{y}(k+j|k) -$ usando esse modelo é calculada conforme a equação (2.3).

$$\tilde{y}(k+j|k) = \sum_{i=1}^N h_i u(k+j-i|t) = H(z^{-1}) u(k+j|k) \quad (2.3)$$

Vale citar também algumas vantagens e desvantagens desse tipo de representação. Como vantagens tem-se: representação intuitiva; não é necessário um modelo do processo; pode também ser utilizada sem complexidade adicional em plantas multivariáveis; e descreve de forma direta algumas complexidades da dinâmica de processos como o atraso de transporte e comportamentos de fase não mínima. Como desvantagens podem ser citadas: é preciso um elevado número de parâmetros para descrever o processo e não é possível utilizar essa representação em processos instáveis.

- **Resposta ao degrau.** Usada pelo DMC e suas variantes. É similar ao modelo anterior, mas usa um degrau unitário como sinal de entrada. Para sistemas estáveis a resposta truncada é a da equação (2.4).

$$y(k) = y(0) + \sum_{i=1}^N g_i \Delta u(k-i) = y(0) + G(z^{-1}) (1 - z^{-1}) u(k) \quad (2.4)$$

Sendo os g_i as amostras da saída obtida ao aplicar o degrau e $\Delta u = u(k) - u(k-1)$. Considerando o sistema no ponto de operação $y(0) = 0$, a predição pode ser calculada pela equação (2.5).

$$\tilde{y}(k+j|k) = \sum_{i=1}^N g_i \Delta u(k+j-i|k) \quad (2.5)$$

É simples obter esse modelo a partir da equação (2.3) usando

$$h_i = g_i - g_{i-1}$$

e também as propriedades da evolução discreta.

Esse modelo tem as mesmas vantagens e desvantagens que o anterior.

- **Função de transferência.** Esse modelo é usado no GPC. Utiliza o conceito de função de transferência $G(z^{-1}) = B(z^{-1})/A(z^{-1})$ como na equação (2.6).

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) \quad (2.6)$$

Sendo:

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{na} z^{-na} \\ B(z^{-1}) &= 1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{nb} z^{-nb}. \end{aligned}$$

A predição é calculada como na equação (2.7).

$$\tilde{y}(k+j|k) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(k+j|k) \quad (2.7)$$

A possibilidade de representar processos instáveis e a pouca quantidade de parâmetros necessários para descrever o comportamento de um processo são as grandes vantagens desse tipo de modelagem. No entanto, a necessidade do conhecimento prévio da ordem para identificar o modelo do processo pode tornar a parametrização do controlador mais complexa do que quando são utilizados modelos baseado em resposta impulsiva e baseado em resposta ao degrau.

- **Espaço de estados.** Utiliza-se do conceito de estados para interpretar a dinâmica do sistema como uma transição de estados. Representa-se o sistema como na equação (2.8).

$$\begin{aligned}x(k) &= Ax(k-1) + Bu(k-1) \\ y(k) &= Cx(k)\end{aligned}\tag{2.8}$$

Sendo x o estado. A predição é calculada como em (2.9).

$$\begin{aligned}\tilde{y}(k+j|k) &= C\tilde{x}(k+j|k) \\ &= C \left[A^k x(k) + \sum_{i=1}^k A^{i-1} Bu(k+j-i|k) \right]\end{aligned}\tag{2.9}$$

Sendo A , B e C matrizes de dimensões compatíveis.

Esta forma de modelagem apresenta grande vantagem quando os processos sob controle são multivariáveis. No entanto, há o inconveniente quando há a necessidade de representar estados não mensuráveis através de observadores, aumentando assim a complexidade do cálculo do controle; e torna-se complicado a análise das incertezas.

2.1.2 Modelo de Perturbação

Uma escolha adequada para modelar as perturbações é tão importante quanto a forma de modelar a predição da saída em relação à variável manipulada. Os modelos mais utilizados para a descrição de perturbações determinísticas e estocásticas são os modelos auto-regressivo integrado de média móvel (*Auto-Regressive and Integrated Moving Average* (ARIMA)). Nesse caso, as diferenças entre a saída do modelo e do processo, representadas por $n(k)$, são modeladas como na equação (2.10).

$$n(k) = \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})} e(k)\tag{2.10}$$

O polinômio D inclui um integrador $\Delta = 1 - z^{-1}$ e $e(k)$ é

um ruído branco de média zero. Os demais parâmetros do polinômio $D(z^{-1})$ e do polinômio $C(z^{-1})$ são usados para descrever as características estocásticas de $n(k)$.

Esse modelo permite representar mudanças aleatórias, *offsets* e outros fenômenos normalmente encontrados nos meios industriais. Esse modelo é usado diretamente no GPC.

2.1.3 Reposta Livre e Forçada

Na maioria das estratégias de Controle Preditivo baseado em modelo linear considera-se a sequência de controle composta por duas partes, uma resposta livre, $u_f(k)$, e a uma resposta forçada, $u_c(k)$:

$$u(k) = u_f(k) + u_c(k).$$

Nesse esquema, $u_f(k)$ contém os valores passados da entrada e no futuro é mantida constante e igual ao último valor da variável manipulada, como a seguir:

$$\begin{aligned} u_f(k-j) &= u(k-j) & \text{para } j = 1, 2, \dots \\ u_f(k+j) &= u(k-1) & \text{para } j = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

E $u_c(k)$ é zero no passado e no futuro é igual ao controle a ser aplicado pelo controlador, como a seguir:

$$\begin{aligned} u_c(k-j) &= 0 & \text{para } j = 1, 2, \dots \\ u_c(k+j) &= u(k+j) - u(k-1) & \text{para } j = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Assim, é possível separar a predição para a saída do processo em duas partes, a resposta livre - $y_f(k)$ - uma predição para a entrada igual a $u_f(k)$, e a resposta forçada - $y_c(k)$ - uma predição para a entrada igual a $u_c(k)$.

2.1.4 Função Objetivo

As funções objetivo utilizadas nas estratégias de Controle Preditivo são na sua maioria formuladas para, dentre outras intenções, mini-

mizar o erro entre a saída futura \tilde{y} e a referência desejada r . Apesar de possuírem esse objetivo em comum, os diversos algoritmos de LMPC utilizam diferentes funções objetivo para calcular a lei de controle, que também geralmente penalizam o incremento de controle Δu .

Dessa forma, uma expressão no caso SISO (*Single-Input Single-Output*) para as funções objetivo é a presente na equação (2.11).

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(k) [\tilde{y}(k+j|k) - r(k+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(k) [\Delta u(k+j-1)]^2 \quad (2.11)$$

Na equação (2.11) percebe-se os seguintes parâmetros: N_1 , N_2 , N_u , $\delta(k)$ e $\lambda(k)$. N_1 e N_2 são os horizontes de predição mínimo e máximo. N_u é o horizonte de controle. Os valores desses parâmetros definem os instantes nos quais deseja-se que a saída siga a referência e nos quais é importante limitar a ação de controle. Quando tem-se a presença do atraso d , pode-se escolher $N_1 > d$, pois não haverá resposta do sistema à entrada $u(k)$ até o tempo $t = d$. Os coeficientes $\delta(k)$ e $\lambda(k)$ são as sequências de ponderação do erro e do esforço de controle.

2.1.5 Trajetória de Referência e Restrições

O LMPC permite utilizar valores futuros da referência para o cálculo do sinal de controle. Isso pode possibilitar, por exemplo, que o sistema atinja mais rapidamente o novo valor desejado. Essa característica torna-se interessante também em algumas aplicações nas quais as referências futuras são conhecidas antecipadamente.

Pode-se também utilizar estratégias para suavizar as mudanças de referência, assim como os filtros nas estruturas clássicas de controle com dois graus de liberdade. Uma forma para esse sinal é a expressa na equação (2.12)

$$r(k+j) = \alpha r(k+j-1) + (1-\alpha) r^*(k+j), \quad (2.12)$$

sendo α um valor entre 0 e 1. Representa-se assim um filtro passa baixas de primeira ordem ajustável para suavizar mais ($\alpha \rightarrow 1$) ou menos

$(\alpha \rightarrow 0)$ a referência futura.

Restrições também podem ser utilizadas para limitar as ações de controle, o incremento de controle e os valores atingidos pela saída do processo. Como na realidade todos os processos estão sujeitos a restrições, é possível afirmar que essa é uma das maiores vantagens dos controladores preditivos.

Para descrever matematicamente as restrições consideram-se as barreiras impostas pela especificação de controle como limites na amplitude dos sinais de controle, do atuador (u_{min}, u_{max}) , limites nos incrementos dos sinais de controle do atuador $(\Delta u_{min}, \Delta u_{max})$ e limites nos sinais de saída (y_{min}, y_{max}) . Assim:

$$\begin{aligned} u_{min} &\leq Tu + u(k-1) \leq u_{max} \\ \Delta u_{min} &\leq u \leq \Delta u_{max} \\ y_{min} &\leq y \leq y_{max}. \end{aligned}$$

Sendo T uma matriz com a dimensão adequada. Essas restrições podem ser expressas como [3]:

$$Ru \leq c$$

Dadas essas condições, o problema de otimização de um MPC como DMC ou GPC passa a ser definido como:

$$\begin{aligned} &\text{Min } J \\ &\text{sujeito a : } Ru \leq c \end{aligned}$$

Esse tipo de problema é conhecido como problema de programação quadrática (*Quadratic Programming*, QP), pois uma função quadrática com restrições lineares deve ser otimizada. Para resolvê-lo devem-se utilizar métodos numéricos, como método de ponto interior [3].

2.1.6 Obtenção da Lei de Controle

O último passo que compõe a obtenção dos valores de controle nas estratégias de Controle Preditivo é a determinação do valor de $\Delta u(k+j|k)$ com $j = 0 \dots N_u - 1$. Para isso seguem-se os seguintes passos:

1. cálculo do valor de $\tilde{y}(k+j|k)$ como função dos controles futuros;
2. substituição dos valores de \tilde{y} e w na função J ;
3. minimização da função J considerando as ponderações e as restrições, se existirem.

Desta forma é possível obter uma sequência de ações de controle futuras. Mas a aplicação do valor de controle segue o conceito do horizonte deslizante, assim, apesar de obter-se uma sequência futura de controle, apenas a primeira ação de controle é aplicada [3].

2.2 CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO NÃO LINEAR

Para o controle preditivo de processos não lineares, a estratégia tradicionalmente utilizada para a obtenção de um modelo de predição, necessário para a tarefa de prever as saídas futuras, é a linearização. Esse tipo de estratégia é comum, pois de fato pode-se dizer que todos os processos reais são não lineares [1]. Para demonstrar essa técnica considera-se um modelo não linear MIMO (*Multiple-Input Multiple-Output*) de um processo como o da equação (2.13).

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u) \\ y(x) &= h(x)\end{aligned}\tag{2.13}$$

Sendo, na equação (2.13), x um vetor com os estados do processo e y um vetor com as saídas. A técnica de linearização faz uso do conceito de pontos de equilíbrio, que podem ser obtidos tomando $\dot{x} = 0$, ou $f(x_{eq}, u_{eq}) = 0$ e $y_{eq} = h(x_{eq})$, sendo respectivamente y_{eq} , x_{eq} e u_{eq} as saídas, os estados e as entradas nos pontos de equilíbrio. Considerando um ponto de equilíbrio na origem, determina-se a equação.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx,\end{aligned}\tag{2.14}$$

Sendo A , B e C como segue em (2.15).

$$\begin{aligned}A &= \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_{eq}, u_{eq}} \\ B &= \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{x_{eq}, u_{eq}} \\ C &= \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x_{eq}, u_{eq}}\end{aligned}\tag{2.15}$$

Os autovalores da matriz A indicam a estabilidade dos pontos de equilíbrio (x_{eq}, u_{eq}). Além disso, o modelo apresentado na equação

(2.14) na forma de equações de estado contínuas pode ser convertido na forma de equações de estado discretas.

No entanto, quando a complexidade dos processos em questão aumenta, é necessário recorrer a estratégias que considerem com maior precisão as não linearidades impostas. Nesse âmbito, encontram-se na literatura diversas técnicas, que se analisam nas seções 2.2.1, 2.2.2 e 2.2.3.

2.2.1 Métodos com Modelos de Processo Não Linear na Função Objetivo

Nesses casos é possível declarar o problema de otimização imposto pela estratégia por uma equação na forma:

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\tilde{y}(k+j|k) - r(k+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(k+j-1)]^2 \quad (2.16)$$

Sujeito a :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= f(x(k), u(k)) \\ y(k) &= h(x(k)), \end{aligned}$$

sendo r o vetor com as referências futuras, x o vetor dos estados, y o vetor das saídas, u o vetor com as entradas. Ainda, f e h são funções contínuas e diferenciáveis.

Nesses casos, a otimização é realizada por algoritmos especializados na solução de funções não lineares, como *Sequential Quadratic Programming* (SQP), nos quais também são utilizados o mecanismo de horizonte deslizante.

Como discutido em [9], esses métodos possuem a desvantagem de apresentarem incerteza no tempo de resposta, devido a questões iterativas de convergência, mínimos locais etc.

2.2.2 Métodos com Modelos de Processo Particulares

Quando um processo em questão pode ser modelado por alguns modelos particulares, podem-se utilizar métodos de otimização

específicos obtendo soluções mais simples, com melhor desempenho. Esse é o caso por exemplo das Séries de Volterra ou dos modelos de Hammerstein [21] e [22].

No entanto, é preciso que o caso em questão se enquadre na aproximação, pois senão não é possível manter a robustez conforme alterem-se os pontos de operação.

2.2.3 Métodos com Modelos Linearizados

Esse método consiste em utilizar um LMPC que incorpore linearizações em vários pontos de operação e também técnicas de tratamento de erro de modelagem. Seguem alguns exemplos:

- Método min-max

O objetivo dessa estratégia é determinar uma ação de controle que minimize uma função objetivo auxiliar, J' . Sendo que essa função objetivo auxiliar é o valor máximo da função objetivo, J , que engloba adicionalmente o conjunto de perturbações e incertezas ao qual o processo está submetido. Ao considerar-se o conjunto de perturbação em w pode-se declarar esse problema como em (2.17).

$$\begin{aligned} u &= \arg \min J'(w, y_p, u_p, u) \\ J' &= \arg \max J(w, y_p, u_p, u, w) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Mesmo havendo alguns trabalhos que propoem estratégias para diminuir o custo computacional dessa técnica [23], essa abordagem não se mostra computacionalmente atrativa em comparação com outras estratégias NMPC.

- Ponderação de múltiplos modelos lineares

Para alguns processos não lineares é possível obter diversos modelos linearizados em vários pontos de equilíbrio, $\{(x^n, u^n)\}$ com $\dot{x} = f(x^n, u^n) = 0$ com $n = 1 \dots \infty$. Em certas situações, o modelo não linear pode ser obtido através de combinações dos diversos modelos linearizados em pontos de equilíbrios diferentes.

Dado um modelo não linear, (2.18),

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{2.18}$$

caso existam diversos pontos de equilíbrio, para o ponto (x^i, u^i) , é possível obter o modelo (2.19).

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A^i(x - x^i) + B^i(u - u^i) \\ y &= h(x^i) + C^i(x - x^i)\end{aligned}\tag{2.19}$$

Com $A^i = \frac{\partial f(x, u)}{\partial x}|_{(x^i, u^i)}$, $B^i = \frac{\partial f(x, u)}{\partial u}|_{(x^i, u^i)}$ e $C^i = \frac{\partial h(x, u)}{\partial x}|_{(x^i, u^i)}$. Ainda, esses modelos contínuos podem ser discretizados, para A_d^i , B_d^i e C_d^i . A ponderação proposta nessa estratégia pode ser representada por (2.20).

$$[A_d, B_d] = \sum_{i=1}^N \alpha_i [A_d^i, B_d^i], \text{ onde } \sum_{i=1}^N \alpha_i = 1 \tag{2.20}$$

Em geral, o esquema de ponderação não é tão simples de se determinar. Esse tipo de abordagem foi estudada no contexto de controle MPC robusto [13], de MPC adaptativo [14] e de MPC escalonado [24].

- Linearizações a cada instante de amostragem

Existem estratégias que estendem o conceito de resposta livre e resposta forçada, usando um modelo não linear para obter a resposta livre e um modelo linear para obter a resposta forçada. Assim o problema de otimização não linear pode ser transformado numa sequência de problemas de otimização linear [1]. No entanto, essa estratégia não garante a obtenção do ótimo nem a convergência do processo iterativo.

2.3 PRATICAL NONLINEAR MODEL PREDICTIVE CONTROL

A estratégia PNMPC, proposta por Plucenio [1], tem o objetivo de fornecer um caminho simples e eficaz para o Controle Preditivo de sistemas não lineares. A premissa inicial é o fato de que em algoritmos como o DMC e o GPC utiliza-se uma representação para a predição ao longo do horizonte de predição, \tilde{y} , como uma função do vetor de incrementos futuros de controle Δu , (2.21).

$$\tilde{y} = f + G\Delta u \quad (2.21)$$

Sabe-se também que, mesmo através de caminhos diferentes, em ambas as estratégias (GPC e DMC) o princípio de superposição presente em modelos lineares permite uma forma simples de calcular \tilde{y} . Mas, para o caso não linear o princípio da superposição não é verdadeiro. Assim, busca-se descrever a evolução dos estados do sistema ao longo do horizonte de predição utilizando uma representação linear dos estados em relação aos incrementos de controle futuro, similar à equação (2.21).

Como, independentemente da linearidade dos sistemas, as únicas variáveis que podem alterar o valor das predições futuras são de fato os incrementos futuros Δu , utiliza-se uma linearização em função dessas variáveis e não o conceito de ponto de equilíbrio. Então, assume-se que as predições para esse caso, \tilde{y} , dependem dos controles passados, u_p , das saídas presentes e passadas, y_p , e dos incrementos de controle futuros, Δu , (2.22).

$$\tilde{y} = f(y_p, u_p, \Delta u) \quad (2.22)$$

Assim, com a aproximação proposta, o vetor de predições fica reescrito como em (2.23).

$$\tilde{y} = f + G_{\text{PNMPC}}\Delta u \quad (2.23)$$

Sendo $f = f(y_p, u_p)$ e $G_{\text{PNMPC}} = \frac{\partial \tilde{y}}{\partial \Delta u}$ o Jacobiano de \tilde{y} . Vale ressaltar que a representação das predições da equação (2.23) nada mais é do que uma linearização de primeira ordem da série de Taylor para $\Delta u = 0$, podendo também ser indicada como uma linearização pela série de Maclaurin.

Para demonstrar a formulação da estratégia considera-se o sistema dinâmico não linear contínuo e diferenciável com uma entrada e uma saída representado pela equação (2.24).

$$\begin{aligned} y(k) &= f(y(k - n_a), y(k - n_a + 1), \dots, y(k - 1), \\ &\quad u(k - n_u), u(k - n_u + 1), \dots, u(k - 1)), \end{aligned} \quad (2.24)$$

sendo n_a e n_b os maiores atrasos de y e u respectivamente.

Considerando um horizonte de controle futuro m deverá aparecer as entradas futuras na forma representada na equação (2.25).

$$\begin{aligned}
u(k) &= u(k-1) + \Delta u(k) \\
u(k+1) &= u(k) + \Delta u(k+1) = u(k-1) + \Delta u(k) \\
&\quad + \Delta u(k+1) \\
&\vdots \\
u(k+m-1) &= u(k-1) + \Delta u(k) + \Delta u(k+1) + \dots \\
&\quad + \Delta u(k+m-1)
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Como limita-se o horizonte futuro a m , deve-se assumir que as entradas posteriores a $k+m-1$ são iguais a $u(k+m-1)$. Utilizando então a equação (2.24) para calcular as predições tem-se (2.26).

$$\begin{aligned}
\tilde{y}(k+1) &= f(y(k-n_a+1), \dots, y(k), u(k-n_u+1), \dots, u(k)) \\
\tilde{y}(k+2) &= f(y(k-n_a+2), \dots, y(k+1), u(k-n_u+2), \dots, \\
&\quad u(k+1)) \\
&\vdots \\
\tilde{y}(k+p) &= f(\tilde{y}(k-n_a+p), \dots, \tilde{y}(k+p-1), u(k-n_u+1), \dots, \\
&\quad u(k+m-1))
\end{aligned} \tag{2.26}$$

Substituindo as relações apresentadas em (2.25), o conjunto de equações apresentadas em (2.26) passa a ser dado por (2.27).

$$\begin{aligned}
\tilde{y}(k+1) &= f(y(k-n_a+1), \dots, y(k), u(k-n_u+1), \dots, u(k-1), \\
&\quad \Delta u(k)) \\
\tilde{y}(k+2) &= f(y(k-n_a+2), \dots, \tilde{y}(k+1), u(k-n_u+2), \dots, u(k-1), \\
&\quad \Delta u(k), \Delta u(k+1)) \\
&\vdots \\
\tilde{y}(k+p) &= f(\tilde{y}(k-n_a+p), \dots, \tilde{y}(k+p-1), u(k-n_u+1), \dots, \\
&\quad u(k-1), \Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \Delta u(k+m-1))
\end{aligned} \tag{2.27}$$

Para simplificar a notação pode-se denominar o conjunto de entradas passadas por u_p e o conjunto de saídas passadas por y_p . Dessa forma, as expressões em (2.27) se reduzem às expressões em (2.28).

$$\begin{aligned}
\tilde{y}(k+1) &= f(y_p, u_p, \Delta u(k)) \\
\tilde{y}(k+2) &= f(y_p, u_p, \Delta u(k), \Delta u(k+1)) \\
&\vdots \\
\tilde{y}(k+p) &= f(y_p, u_p, \Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \\
&\quad \Delta u(k+m-1))
\end{aligned} \tag{2.28}$$

Observando as equações presentes em (2.28) é possível concluir que as únicas variáveis capazes de alterar o valor das saídas futuras são os incrementos futuros da ação de controle, $\Delta u(k)$, $\Delta u(k+1)$, ... e $\Delta u(k+m-1)$.

Dadas as definições em (2.29), sendo l um vetor de dimensão $m \times 1$ com todos os elementos iguais a um e D uma matriz triangular inferior $m \times m$ com todos os elementos não nulos iguais a um, é possível simplificar a notação.

$$\begin{aligned}
y_p &: \text{Conjunto de valores passados e presente de } y \\
u_p &: \text{Conjunto de valores passados de } u \\
u &: u_0 + \delta u \\
u_0 &: u(k-1)l \\
\delta u &: D\Delta u \\
\Delta u &: [\Delta u(k) \ \Delta u(k+1) \ \dots \ \Delta u(k+m-1)]^T
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Assim, as predições em (2.27) podem ser reescritas como em (2.30).

$$\tilde{y} = f(y_p, u_p, \Delta u) \tag{2.30}$$

Utilizando então o mesmo procedimento exposto na equação (2.23) é possível encontrar a equação (2.31).

$$y = f(y_p, u_p, u_0) + \left. \frac{\partial \tilde{y}}{\partial u} \right|_{u=u_0} \delta u \tag{2.31}$$

Substituindo em (2.31) as equações (2.29) tem-se a equação (2.32).

$$\frac{\partial \tilde{y}}{\partial u} \delta u = \frac{\partial \tilde{y}}{\partial \Delta u} \Delta u \tag{2.32}$$

Definindo finalmente $f = f(y_p, u_p, u_0)$ e $G_{\text{PNMPC}} = \left. \frac{\partial y_p}{\partial \Delta u} \right|_{u=u_0}$, sendo f o vetor de predições que seria obtido para $\Delta u = 0$ e G_{PNMPC} o gradiente das saídas preditas com relação ao vetor dos incrementos

de controle Δu calculado para $\Delta u = 0$, retorna-se à notação presente na equação (2.23):

$$\tilde{y} = f + G_{\text{PNMPC}}\Delta u.$$

2.3.1 Obtenção Numérica das Predições

Diferentemente das estratégias de Controle Preditivo lineares nas quais a técnica PNMPC se baseia, o GPC e o DMC, o enfoque dado por Plucenio em [1] foi a solução numérica do problema de prever as saídas futuras. Isto se deve principalmente ao fato de existir uma grande quantidade de caminhos diferentes para a modelagem de processos não lineares, como por exemplo: redes neurais artificiais, modelos NARMAX etc. Assim, ao invés de pressupor a disponibilidade de um modelo matemático do processo para se obter as predições, para esse propósito foi concebida uma estrutura compatível a modelagem de processos através de algoritmos numéricos, aumentando a praticidade da técnica.

Esse algoritmo numérico necessário para computar as predições deve ser capaz de fornecer as saídas futuras, \bar{y} , quando fornecidos os valores dos controles e saídas passados e o vetor de incrementos de controles futuros, Δu . Assim, a cada iteração deve-se executar o seguinte procedimento:

1. obter o vetor $p \times 1$, \bar{y}^0 , executando o algoritmo que modela o processo, utilizando para isso incrementos futuros nulos $\Delta u = [0 \dots 0]^T$;
2. fazer $f = \bar{y}^0$;
3. obter o vetor \bar{y}^1 executando o algoritmo que modela o processo, utilizando para isso as entradas e saídas passadas, com um valor ϵ pequeno e não nulo como primeiro incremento futuro, por exemplo $\frac{u_{k-1}}{1000}$. Para o caso de uma entrada: $\Delta u = [\epsilon \ 0 \dots 0]^T$;
4. fazer $G_{\text{PNMPC}}(:, 1) = \frac{\bar{y}^1 - \bar{y}^0}{\epsilon}$, ou seja, a derivada parcial aproximada para a saída e a entrada em questão;
5. obter o vetor \bar{y}^2 executando o algoritmo que modela o processo utilizando para isso as entradas e saídas passadas, com um valor ϵ pequeno e não nulo como segundo incremento futuro, por exemplo $\frac{u_{k-1}}{1000}$. Para o caso de uma entrada: $\Delta u = [0 \ \epsilon \dots 0]^T$;

6. fazer $G_{\text{PNMPC}}(:, 2) = \frac{\bar{y}^2 - \bar{y}^0}{\epsilon}$, ou seja, a derivada parcial aproximada para a saída e a entrada em questão;
7. proceder com o mesmo cálculo para se obter todas as colunas de G_{PNMPC} .

Após a obtenção do vetor de previsões \bar{y} na forma de (2.23) utiliza-se o mesmo método de cálculo numérico presente nos algoritmos GPC e DMC para a obtenção da ação de controle. É interessante ressaltar que no procedimento de cálculo de Δu a única diferença do PN MPC perante o GPC e o DMC é o fato da resposta livre ser não linear.

2.3.2 Modelo de Perturbação

Como apresentado na seção 2.1.2 desse capítulo, as estratégias de controle preditivo contam geralmente com um modelo de perturbação incorporado ao mecanismo de predição. Essa estrutura torna a estratégia de controle capaz de rejeitar perturbações e ruídos.

A estratégia PN MPC utiliza uma versão explícita do mecanismo de correção das previsões utilizado pelo algoritmo GPC. Adiciona-se a cada predição a integral do erro de predição filtrado.

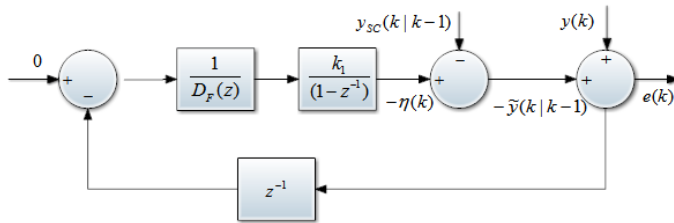


Figura 2 – Modelo de perturbação do PN MPC

O modelo de perturbação funciona como uma espécie de observador, que fornece uma correção a ser adicionada a cada predição. A figura 2 contém o diagrama de blocos desse observador utilizado no PN MPC. Pode-se perceber nela que a cada instante de amostragem calcula-se o erro entre a saída que o preditor obtém para o instante k , $\tilde{y}(k|k-1)$, e a saída real, $y(k)$, equação 4.11.

$$y(k) - \tilde{y}(k|k-1) = e(k) \quad (2.33)$$

Com vistas a garantir a rejeição de perturbações em degrau, o erro de predição para o instante atual é filtrado por um filtro passa-baixas $F = \frac{1}{D_F(z)}$, integrado e somado à saída predita para o próximo instante, $\tilde{y}_{SC}(k|k-1)$. Utilizando a representação em transformada de Z e assumindo $\Delta = 1 - z^{-1}$ tem-se (2.34).

$$\begin{aligned} Y(z) - (z^{-1}e(z)\frac{k_1}{\Delta}F + \tilde{Y}_{SC}(z)) &= E(z) \\ Y(z) - \tilde{y}_{SC}(z) &= E(z)(1 + z^{-1}\frac{k_1}{1-z^{-1}}F) \\ E(z) &= \frac{D_F(z)\Delta}{(D_F(z)\Delta + z^{-1}k_1)}(y(z) - \tilde{Y}_{SC}(z)) \end{aligned} \quad (2.34)$$

Supondo que o sistema em malha fechada seja estável, então na vizinhança de um ponto de operação é possível aplicar o teorema do valor final. Considerando perturbações do tipo degrau, sendo δ a sua magnitude, obtém-se (2.35).

$$\begin{aligned} E(z) &= \frac{D_F(z)\Delta}{(D_F(z)\Delta + z^{-1}k_i)}(y(z) - \tilde{y}_{SC}(z)) \\ e(\infty) &= \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \frac{D_F(z)\Delta}{(D_F(z)\Delta + z^{-1}k_i)} \frac{\delta}{1 - z^{-1}} \\ e(\infty) &= \lim_{z \rightarrow 1} \frac{D_F(z)(1 - z^{-1})}{(D_F(z)\Delta + z^{-1}k_i)} \delta = 0 \end{aligned} \quad (2.35)$$

Observando a dedução (2.35) é possível concluir que é garantido erro nulo em regime permanente (contanto que a perturbação em questão tenha o comportamento de um sinal degrau).

Em geral, deseja-se além da garantia de erro nulo em regime permanente também que a rejeição do erro de perturbação respeite uma dinâmica determinada. Para isso, no modelo apresentado, a função de transferência $\frac{E(z)}{Y(z) - \tilde{y}_{SC}(z)}$ deve possuir polos relacionados com essa especificação de rejeição. Assim, seja $\epsilon(k) = y(k) - \tilde{y}_{SC}(k)$, pode-se determinar a função de transferência $H(z)$ que relaciona ϵ a e , como em (2.36).

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{E(z)}{\epsilon(z)} \\ H(z) &= \frac{D_F(z)(1 - z^{-1})}{D_F(z)(1 - z^{-1} + z^{-1}k_i)} \end{aligned} \quad (2.36)$$

Então, como esperado pelo projeto desse observador o tratamento do erro de modelagem depende da parametrização do filtro F e do ganho integral k_i . A equação (2.37) contém uma solução direta e simples para a determinação do filtro, o que torna a equação (2.36) na forma apresentada em (2.38).

$$F(z) = \frac{1}{1 - f_d z^{-1}} \quad (2.37)$$

$$H(z) = \frac{z^2 - (1 + f_d)z + f_d}{z^2 - (1 + f_d - k_i)z + f_d} \quad (2.38)$$

O projeto do filtro pode ser resumido na determinação de uma função de transferência desejada para $H(z)$. Caso utilize-se um polinômio de segunda ordem para representar um filtro de dinâmica criticamente amortecida, é possível dizer que:

$$z^2 - (1 + f_d - k_i)z + f_d = z^2 - 2az + a^2 = (z - a)^2,$$

e assim parametrizar $f_d = a^2$ e $k_i = 1 + a^2 - 2a$.

O ajuste de a envolve uma condição de compromisso entre a velocidade de resposta a perturbação (para $a \rightarrow 0$) e a eliminação de ruídos, bem como a própria robustez do controle em malha fechada.

2.4 CONCLUSÃO

Nesse capítulo apresentaram-se os principais conceitos sobre Controle Preditivo baseado em modelo linear, como o fato de utilizarem um modelo de predição para as saídas futuras e a utilização de um procedimento específico de otimização para a obtenção dos valores de controle futuro. A partir da apresentação dos principais conceitos de LMPC foi possível introduzir os controladores preditivos baseados em modelos não lineares. Assim, em seguida, apresentou-se uma classificação das diversas técnicas bem como uma introdução das suas principais características.

Por fim foram apresentados os conceitos dos controladores PNM PC, as bases teóricas da sua formulação e alguns aspectos práticos da sua implementação. Essas estratégias são importantes por fornecerem um caminho prático e eficaz para o controle preditivo de processos não lineares. Lembrando que, conforme apresentado no capítulo 1, utilizar as vantagens proporcionadas pelo controle preditivo, como o uso de restrições, em processos com complexas não linearidades é uma importante contribuição dadas as tendências de maior complexidade nos processos encontrados nas aplicações práticas.

Assim, com a intenção de aumentar o espectro de aplicação do PN MPC e apresentar uma estratégia robusta para o controle preditivo

de processos não lineares com atraso de transporte, serão apresentados no capítulo 3 alguns conceitos a respeito de compensação de atraso de transporte.

3 COMPENSAÇÃO DE ATRASO

No contexto do controle preditivo não linear em sistemas com atraso de transporte é importante dedicar uma atenção especial ao problema de atraso. Para controladores clássicos, por exemplo, na medida em que longos atrasos começam a aparecer nos processos a margem de fase do sistema começa a diminuir, diminuindo também a robustez do controle.

Com o passar do tempo foram desenvolvidas algumas estratégias para contornar essa questão, como os compensadores de atraso, também conhecidos por preditores. Nesse cenário de predição, seria intuitivo pensar que quanto melhor a predição mais qualificado seria o compensador de atraso, no entanto vale mencionar a seguinte passagem de [6]: “o melhor preditor não é aquele que produz melhores predições em malha aberta, mas sim o melhor desempenho em malha fechada”.

Apesar da predição estar invariavelmente relacionada a um modelo nominal, um preditor deve ser projetado para levar em consideração perturbações, erros de modelagem e ruídos de controle. Isso porque compensadores de atraso robustos devem permitir melhores respostas em malha fechada. As seções 3.1, 3.2 e 3.3 apresentam os compensadores utilizados nesse trabalho.

3.1 PREDITOR DE SMITH

Para introduzir o problema de controle de processos com atraso de transporte considera-se o diagrama de blocos da figura 3, sendo $r(t)$ o sinal de referência desejado para a saída, $C(s)$ a função de transferência representando o controlador, $q(t)$ o sinal de perturbação no controle, $G(s)$ a função de transferência representando o processo sem o atraso, L o atraso de transporte e $y(t)$ a saída. Por esse esquema é possível notar a presença do atraso nas equações características de malha fechada, como na equação (3.1).

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{R(s)} &= \frac{C(s)G(s)e^{-sL}}{1+C(s)G(s)e^{-sL}} \\ \frac{Y(s)}{Q(s)} &= \frac{G(s)e^{-sL}}{1+C(s)G(s)e^{-sL}} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Essa presença do atraso na equação característica ocasiona a redução da margem de fase de malha fechada, degradando o desempenho ou até causando instabilidade. Isso inevitavelmente impõe limites

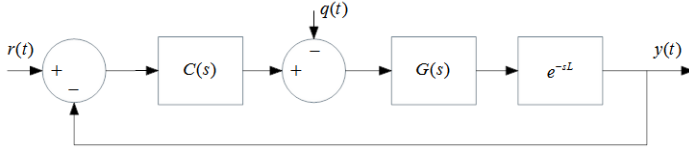


Figura 3 – Diagrama de blocos para um controle com atraso

ao desempenho do controle em malha fechada, como detalhado em [6].

Uma solução para esse problema é uma estrutura de controle que permite uma predição da saída após o atraso em adição com o erro atual, proposta em [7].

Essa estratégia, conhecida por preditor de Smith, está apresentada na figura 4, sendo $G_n(s)$ a função de transferência que representa o modelo nominal do processo, $\hat{y}(t + L_n)$ a saída do modelo nominal após o atraso, L_n o atraso nominal, \hat{y} a saída do modelo nominal para o instante atual, $e_p(t)$ o erro entre a saída real e a saída nominal para o instante atual e $y_p(t)$ a predição para a saída fornecida pelo preditor de Smith.

Para essa formulação as novas funções de transferência, sem considerar incertezas, ou seja, $G_n(s) = G(s)$ e $L_n = L$, que relacionam a saída com a referência e com a perturbação são as descritas na equação (3.2).

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{R(s)} &= \frac{C(s)G(s)e^{-Ls}}{1+C(s)G(s)} \\ \frac{Y(s)}{Q(s)} &= G(s)e^{-Ls} \left[1 - \frac{C(s)G(s)e^{-Ls}}{1+C(s)G(s)} \right] \end{aligned} \quad (3.2)$$

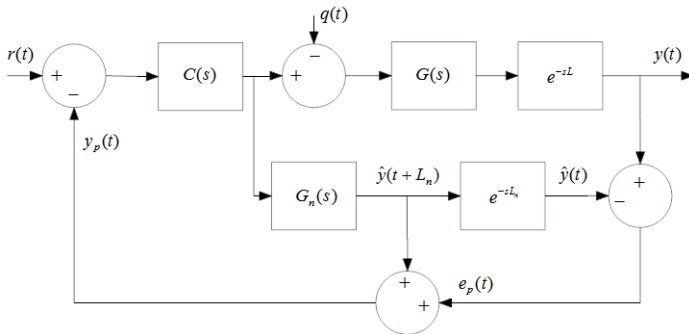


Figura 4 – Preditor de Smith

A estratégia criada por Smith foi um marco na literatura de controle de processos com atraso, principalmente por encontrar um caminho para o atraso não interferir na equação característica de malha fechada, $1 + C(s)G(s)$, fazendo desaparecer o efeito de degradação da margem de fase.

Outras duas características muito importantes dessa estratégia são o fato de permitir o projeto de um controlador para um sistema com atraso a partir de um modelo sem atraso e também a percepção de um limite de desempenho imposto pelo atraso. É possível concluir tal fato ao considerar-se um controlador ideal, como o dado pela equação (3.3) e determinar a equação da resposta de controle, equação (3.4). Assim percebe-se que sempre existirá no mínimo $2L$ de atraso na resposta a perturbação.

$$\frac{C(s)}{1 + C(s)G(s)} = G(s)^{-1} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} Y(s) &= R(s)e^{-Ls} + G(s)e^{-Ls}[Q(s) - Q(s)e^{-Ls}] \\ &= R(s)e^{-Ls} + G(s)e^{-Ls}[1 - e^{-Ls}]Q(s) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Apesar do grande avanço obtido no controle de processos com atraso de transporte com a utilização do preditor de Smith, um grande problema é o fato da resposta à perturbação conter os polos de malha aberta, como pode ser percebido na equação (3.2). Assim sendo, são herdadas todas as desvantagens presentes em estratégias de controle por cancelamento.

3.2 PREDITOR DE SMITH FILTRADO

O preditor de Smith filtrado é um compensador de atraso que permite a obtenção de uma melhor solução de compromisso entre robustez e desempenho de rejeição de perturbação que o preditor de Smith. Essa estratégia foi desenvolvida por Normey-Rico e Camacho em [6] através da inclusão de um filtro para eliminar os polos indesejados da resposta à perturbação sem interferir na resposta ao seguimento de referência. Esse filtro, $F_r(s)$, é inserido na posição indicada na figura 5.

A configuração de controle apresentada no diagrama de blocos da figura 5 em um cenário sem a presença de incertezas faz com que as relações entre a referência e a perturbação se tornem as apresentadas

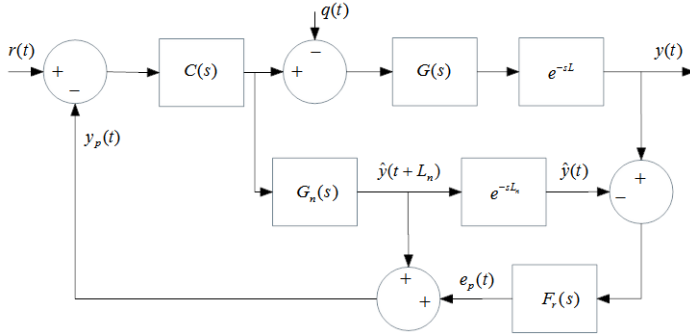


Figura 5 – Preditor de Smith filtrado

nas equações (3.5). E assim $F_r(s)$ pode ser ajustado para eliminar os polos indesejados de $\frac{Y(s)}{Q(s)}$.

$$\begin{aligned}
 \frac{Y(s)}{R(s)} &= C(s)G(s)e^{-Ls} \\
 \frac{Y(s)}{Q(s)} &= G(s)e^{-sL_n} \left[1 - \frac{C(s)G(s)e^{-sL_n}F_r(s)}{1+C(s)G(s)} \right] \\
 &= G(s)e^{-sL_n} \left\{ \frac{1+[1-e^{-sL_n}F_r(s)]C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)} \right\}
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Deve-se ressaltar que para processos que não são estáveis não é possível utilizar o preditor de Smith filtrado¹ da forma representada na figura 5 devido a problemas com a estabilidade interna.

Em uma implementação no domínio do tempo discreto, sendo T_S o período de amostragem, $G_n(z)$ a discretização com sustentador de ordem zero do modelo nominal do processo $G_n(s)$, $d_n = L_n/T_S$ o atraso discreto e $F(z)$ e $C(z)$ discretizações de $F(s)$ e $C(s)$. Deve-se parametrizar $S(z) = G_n(z)[1 - F_r(z)z^{-d_n}]$ em uma estrutura de blocos como a apresentada na figura 6.

Assim, a própria estrutura interna do controlador equivalente $C_{eq}(z)$, equação (3.6) no esquema de controle da figura 6, é ajustada para eliminar os polos indesejados e acelerar a resposta à perturbação.

$$C_{eq}(z) = \frac{C(z)F_r(z)}{1 + C(z)G_n(z)(1 - z^{d_n}F_r(z))} \tag{3.6}$$

Essa estrutura de controle evidencia a importância do filtro de

¹Como mencionado na seção 3.1, por ter a característica de controle por cancelamento o preditor de Smith não pode ser utilizado para processos instáveis

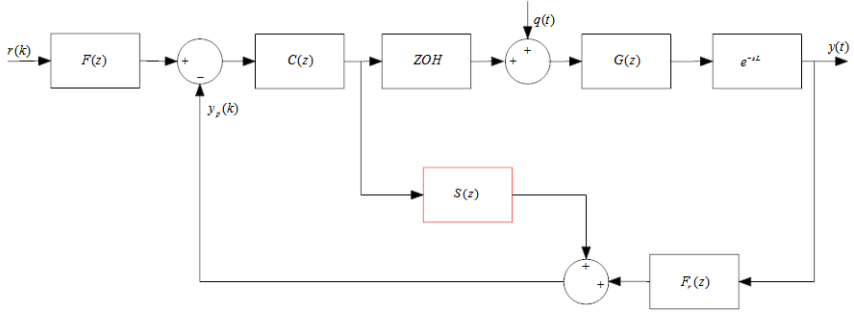


Figura 6 – Estrutura para implementação do preditor de Smith filtrado

robustez $F_r(z)$. Em [2] detalha-se a influência do filtro na robustez do processo controlado em malha fechada comparando as curvas de resposta em frequência. Da relação em (3.7) é possível notar que dado um modelo sem atraso $G_n(z)$, um controlador $C(z)$ e um limitante para o erro de modelagem $\delta\bar{P}(e^{j\omega})$, o filtro de robustez deve ser sintonizado respeitando-se uma fronteira robusta $\bar{\Omega}$.

$$|F_r(e^{j\omega})| \leq \left| \frac{1 + C(e^{j\omega})G_n(e^{j\omega})}{C(e^{j\omega})G_n(e^{j\omega})} \right| \delta\bar{P}(e^{j\omega})^{-1} = \bar{\Omega}(j\omega) \quad (3.7)$$

Mais uma vez deve-se destacar a importância do filtro por ter um papel crucial na garantia da estabilidade interna quando processos BIBO instáveis estão sendo controlados, além de permitir o ajuste da resposta a perturbação e o acréscimo da robustez do controle em malha fechada, existindo entre essas duas últimas características um compromisso entre o aumento da velocidade ou o aumento da robustez.

3.3 COMPENSAÇÃO DE ATRASO EM CONTROLADORES PREDITIVOS

Como apresentado no capítulo 2, o esquema de predição realizado nos controladores preditivos pode ser dividido em uma resposta livre e uma resposta forçada. Quando um processo sob controle apresenta atraso de transporte, naturalmente as predições produzidas pela resposta livre possuem a característica de um compensador de atraso. Essa característica de compensação de atraso pode ser evidenciada caso

analise-se o esquema de predição realizado na resposta livre [2].

É interessante observar o comportamento da compensação de atraso presente na determinação da resposta livre utilizando uma representação em espaço de estados, pois observando-se o efeito das variáveis durante a recursão pode-se analisar também a robustez do esquema de predição. De fato, é essa a abordagem utilizada nesse trabalho para analisar a robustez das estratégias envolvidas.

Para o caso em espaço de estados, no qual um modelo como o presente na equação (3.8) é usado para representar o processo, as predições são realizadas de forma recursiva, como em (3.9).

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k-d) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} x(k+1|k) &= Ax(k) + Bu(k-d) \\ x(k+2|k) &= Ax(k+1|k) + Bu(k-d+1) \\ &= A^2x(k) + ABu(k-d) + Bu(k-d+1) \\ x(k+3|k) &= Ax(k+2|k) + Bu(k-d+2) \\ &= A^3x(k) + A^2Bu(k-d) + ABu(k-d+1) \\ &\quad + Bu(k-d+2) \\ &\vdots \\ x(k+d|k) &= A^dx(k) + \sum_{j=1}^d A^{j-1}Bu(k-j) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Assim a predição para a saída após o atraso $y(k+d|k)$ pode ser determinada utilizando a expressão (3.10).

$$y(k+d|k) = CA^dx(k) + C \sum_{j=1}^d A^{j-1}Bu(k-j) \quad (3.10)$$

Pode-se observar na equação (3.10) que a ação de controle $u(k)$ somente surtirá efeito no comportamento nominal do sistema após o instante $k+d$. Essa compensação de atraso implícita é utilizada em controladores preditivos em espaço de estados e também pode ser demonstrada sua equivalência para controladores GPC [2].

A compensação implícita existente nos controladores preditivos tradicionais fornece um método de se tratar o problema do atraso. No entanto, com o tempo diversas desvantagens foram percebidas, como o fato do aumento do esforço computacional necessário para se tratar problemas de controle em processos com grandes atrasos de transporte, a dificuldade de se analisar a robustez e também o impedimento de se

utilizar estratégias eficientes para o tratamento de atraso de transporte, como o preditor de Smith filtrado [2].

Em [17] propôs-se uma técnica para simplificar o problema da compensação de atraso nos controladores MPC, conhecida como compensação de atraso explícita [2]. O objetivo dessa técnica é separar o problema de predição do atraso do problema de otimização, simplificando o cálculo de controle bem como fornecendo uma alternativa para se analisar separadamente a influência do mecanismo de compensação de atraso na robustez do controle em malha fechada.

Assim, considerando um sistema como o representado na equação (3.8) e a seguinte função objetivo:

$$\Phi = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^N [x(k)^T Q_x x(k) + u(k)^T Q_u u(k)],$$

para o caso nominal e para $N > d$, dado que $u(k)$ somente surtirá efeito após $x(k+d+1)$ é possível alterar as variáveis d passos a frente, considerando o modelo da equação (3.11), sendo $\tilde{x}(k) = x(k+d|k)$.

$$\begin{aligned} \tilde{x}(k) &= A\tilde{x}(k) + Bu(k) \\ y(k+d) &= C\tilde{x}(k) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Mais uma vez, no caso nominal,

$$\begin{aligned} \tilde{x}(k) &= x(k+d|k) = A^d x(k) + \sum_{j=1}^d A^{j-1} Bu(k-1) \\ &= A^d x(k) + [A^{d-1}B \ A^{d-2}B \ \dots \ B] \begin{bmatrix} u(k-d) \\ u(k-d-1) \\ \dots u(k-1) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Essa substituição de variáveis permite redefinir a função objetivo para uma nova formulação, equação (3.12). Sendo $N' = N - d$.

$$\Phi' = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N'} [\tilde{x}(k)^T Q_x \tilde{x}(k) + u(k)^T Q_u u(k)] \quad (3.12)$$

Pode-se notar que a relação (3.13) é respeitada, já que $\Phi - \Phi'$ é um termo constante, que não depende das variáveis de controle a serem aplicadas a partir do instante atual, e portanto não irá influenciar o resultado no procedimento de otimização.

$$\Phi = \Phi' + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{d-1} [x(k)^T Q_x x(k)] \quad (3.13)$$

É interessante observar também que utilizando tal representação o controle em malha fechada se assemelha ao que está apresentado na figura 7. Assim, essa compensação explícita permite que um controlador MPC possa ser ajustado em referência a um processo sem atraso, pois uma predição realizada pela compensação explícita é utilizada para o cálculo do próximo valor de controle.

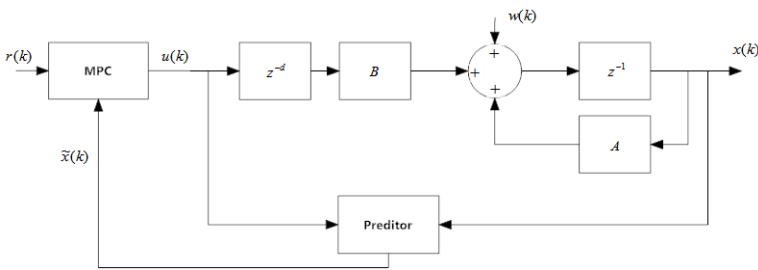


Figura 7 – Controle MPC com compensação explícita do atraso

No âmbito desse trabalho a compensação explícita do atraso possibilita a análise do compensador de atraso no que diz respeito a robustez. Além do mais, a partir dessa análise é possível também propor novos esquemas de compensação e a utilização de esquemas mais robustos, como é o caso do preditor de Smith filtrado.

Sabe-se no entanto que tradicionalmente grande parte dos esquemas de compensação de atraso, principalmente aqueles baseados no preditor de Smith, são utilizados em uma representação entrada-saída. Com o intuito de realizar a conversão de modelos entrada-saída para espaço de estados sem a necessidade de estimadores podem ser utilizadas algumas representações não-mínimas, [3], [2].

3.4 CONCLUSÃO

Nesse capítulo apresentaram-se os principais conceitos a respeito de compensação de atraso utilizados nesse trabalho. Na primeira seção foram apresentados os principais conceitos a respeito do preditor de Smith, o que permitiu um embasamento teórico para o conteúdo apre-

sentado na seção 3.2, preditor de Smith filtrado.

Por último foram apresentadas também as principais considerações a respeito da compensação de atraso realizada em controladores preditivos, bem como uma alternativa de compensação de atraso, a compensação explícita, que traz maior flexibilidade na compensação de atraso permitindo o estudo da robustez, a proposição de modificações para contornar problemas de robustez, bem como a aplicação de outras estratégias de predição.

Dadas as introduções realizadas nos capítulos 2 e 3 é possível estudar de forma mais detalhada a robustez de controladores preditivos não lineares, como o PN MPC, quando configurados para controlar processos com atraso de transporte, utilizando ainda variadas formas de compensação de atraso. Sendo assim, no capítulo 4 será estudado o comportamento das incertezas no esquema de compensação de atraso do PN MPC, com a finalidade de avaliar a sua robustez, bem como serão propostas modificações e alterações nesse esquema de compensação com a finalidade de atingir um comportamento de elevada robustez.

4 PNMPC COM COMPENSAÇÃO DE ATRASO ROBUSTA

Para se obter uma estratégia de Controle Preditivo com compensação de atraso robusta é necessário primeiramente explorar as suas características relacionadas ao controle de processos com atraso de transporte.

Assim, a partir do que está apresentado no capítulo 2, é possível perceber que a estratégia de controle PNMPC, do ponto de vista da compensação de atraso de transporte, utiliza um esquema de controle semelhante ao utilizado no GPC e no DMC. Isso faz com que toda a problemática relacionada à compensação implícita de atraso que esses tipos de controladores apresentam (já que no procedimento de otimização é possível apenas desconsiderar os instantes de predição nos quais o efeito do atraso é aparente) também ocorra nas aplicações do PNMPC em processos com atraso de transporte.

Além disso, a compensação de atraso realizada em ambos os controladores preditivos tem o comportamento robusto afetado de maneira significativa pelo tamanho do atraso nominal, o que não é interessante do ponto de vista prático para aplicação em sistemas com atrasos longos [2].

Para ilustrar a baixa robustez do esquema de compensação de atraso implícito no PNMPC considere o controle do processo apresentado na equação (4.1), [25], com a diferença de que é considerada aqui a presença de um atraso de transporte entre a variável de controle e a variável medida. A inclusão do atraso é interessante já que, como apresentado nas seções iniciais, é comum a presença desse tipo de fenômeno em grande parte das aplicações práticas.

$$y(k) = \frac{2,5y(k-1)y(k-2)}{1 + y(k-1)^2 + y(k-2)^2} + 0,3 \cos(0,5(y(k-1) + y(k-2))) + 1,2u(k-1-60) \quad (4.1)$$

Para controlar esse processo, parametriza-se um controlador PNMPC com horizonte de predição efetivo de 3 amostras (desconsiderando os 60 instantes iniciais nos quais o efeito do atraso é percebido), $N_1 = 61$ e $N_2 = 63$, o horizonte de controle em 3, $N_u = 3$, ponderações na predição de 0,001, $\delta = 0,001$, e ponderações no controle de 1, $\lambda = 1$,

[1]. Ainda, para diminuir o efeito de ruídos, ajusta-se o parâmetro do filtro que estima o erro de predição em 0,7, $a = 0,7$.

A figura 8 apresenta esse processo controlado pelo controlador PNMPC configurado e sem a presença de incertezas. Em seguida é utilizado um modelo com 17% a menos de incerteza no atraso, figura 9. Analisando ambas as simulações de controle é possível perceber que um ajuste do PNMPC capaz de obter um bom resultado, tanto no que diz respeito ao seguimento de referência quanto a eliminação das perturbações constantes, passa a instabilizar o processo controlado quando é utilizado um modelo incerto para prever as suas saídas. Isso ocorre pois o esquema de compensação do atraso não é robusto a essa condição de incerteza.

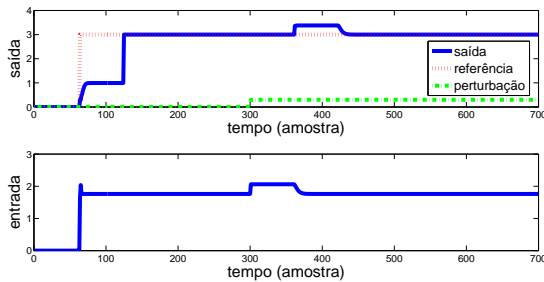


Figura 8 – Simulação de controle PNMPC sem erros de modelagem

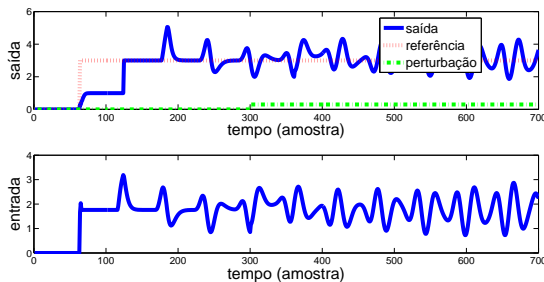


Figura 9 – Simulação de controle PNMPC com erros de modelagem

Em vista desses problemas torna-se importante estudar o esquema de compensação de atraso e o modelo de perturbação utilizados no PNMPC para avaliar a possibilidade de elaborar maneiras de atri-

morar a robustez desses controladores.

4.1 MODIFICAÇÃO NO ESQUEMA DE CORREÇÃO DA PREDIÇÃO NO PNMPC

Os controladores preditivos utilizam originalmente uma estratégia de compensação de atraso implícita, na qual é possível eliminar a influência do atraso na dinâmica de malha fechada dos sistemas controlados simplesmente ignorando os instantes preditos iniciais, referentes ao atraso de transporte, no cálculo do próximo incremento de controle. No entanto, para que eles atinjam um desempenho satisfatório é essencial possuírem a capacidade de eliminar o efeito de perturbações constantes, já que na maioria das aplicações elas estarão invariavelmente presentes.

Para alcançar esse objetivo é necessário que as perturbações sejam rejeitadas em regime permanente, e assim a saída predita convirja para a saída real mesmo sob a presença de perturbações constantes. Isso é possível através da presença de um modelo de perturbação incorporado no esquema de predição.

Como mencionado no capítulo 3, o modelo de perturbação adotado originalmente no PNMPC obtém uma estimativa das incertezas futuras através de um observador particular, que realiza um tratamento no erro de predição do instante anterior. Esse mecanismo está representado na figura 10, na qual $y(k)$ representa a saída real no instante k , $y_{sc}(k|k-1)$ representa a saída predita para o instante k sem considerar uma parcela adicional proveniente do modelo de perturbação, z^{-1} representa o operador atraso, k_i o ganho do integrador e $D_F(z)$ o denominador do filtro.

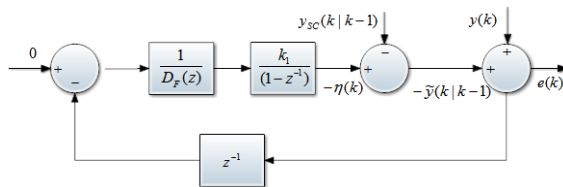


Figura 10 – Modelo de perturbação do PNMPC

Assim percebe-se que o erro de predição do instante anterior é filtrado e integrado para se obter uma espécie de correção para as predições futuras.

Para avaliar a robustez desse esquema de compensação do atraso é interessante designar separadamente o conjunto de predições referentes à compensação do atraso do conjunto de predição após o efeito do atraso. Esse tipo de representação, como apresentado no capítulo 3, é também conhecido como compensação de atraso explícita, [2].

4.1.1 Análise da Incerteza Equivalente em um PNMPD Linear

Para analisar o efeito da correção de incertezas utilizada na estratégia PNMPD, inicia-se o estudo a partir do problema desenvolvido com um modelo linear. Essa escolha se justifica pela simplicidade da ferramenta de análise de robustez a ser utilizada. Assim considere a representação discreta e invariante no tempo de um processo, como em (4.2).

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k-d) + w(k) \\ y(k) &= Cx(k)\end{aligned}\tag{4.2}$$

Na equação (4.2), d representa o atraso nominal, $x(k) \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados em k , $u(k) \in \mathbb{R}^p$ é o vetor de sinais de controle, $w(k) \in \mathbb{R}^n$ representa a perturbação aditiva e $y(k) \in \mathbb{R}^q$ o vetor de saídas, uma combinação linear dos estados.

Aqui representam-se as incertezas e as perturbações relacionadas ao modelo através do vetor $w(k)$, que de forma aditiva incorpora essas informações ao modelo nominal escolhido para representar um processo linear em questão. Essa forma de representação é interessante, pois além de ser facilmente obtida, desde que no próximo instante de amostragem da saída real seja subtraída a saída nominal, (4.3), é capaz de representar grande parte das incertezas e perturbações associadas a um modelo.

$$w(k) = x(k+1) - [Ax(k) + Bu(k-d)]\tag{4.3}$$

Para a determinação das incertezas, na equação (4.3) tem-se: $x(k+1)$ representando o vetor de estados obtidos no instante $k+1$ e $Ax(k) + Bu(k-d)$ a predição nominal do próximo instante de amostragem.

A predição explícita permite, como em um preditor de Smith, calcular a ação de controle com base no sistema sem atraso e aplicá-la no sistema com atraso usando o valor predito, figura 11. Isso é possível devido à predição para a saída em $x(k+d)$ no instante k , indicada por $\hat{x}(k+d|k)$. Percebe-se aqui também a generalidade dessa demonstração, pois ao se representar a lei de controle por $u(k) = \kappa(\cdot)$, a análise engloba diversas estratégias de controle não lineares, como o PNMPC.

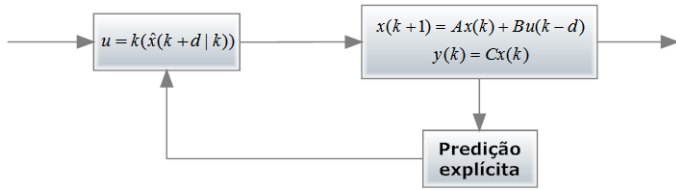


Figura 11 – PNMPC e a predição explícita

Essa predição deve possuir duas principais características, $\hat{x}(k+d|k) = x(k+d)$ se $w(k) = 0, \forall k \geq 0$ e $x(k+d|k) \rightarrow x(k+d)$ se $w(k) \rightarrow w_{ss}$, no qual w_{ss} é um valor real e constante. O que é conhecido como característica de seguimento de predição nominal e de rejeição de perturbação constante na predição, [26].

Caso as incertezas fossem conhecidas seria possível prever os estados através da utilização de um simples preditor ótimo, como na equação (4.4).

$$\begin{aligned}
 x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k-d) + w(k) \\
 x(k+2) &= Ax(k+1|k) + Bu(k-d+1) + w(k+1) \\
 x(k+2) &= A[Ax(k) + Bu(k-d) + w(k)] \\
 &\quad + Bu(k-d+1) + w(k+1) \\
 x(k+2) &= A^2x(k) + ABu(k-d) + Bu(k-d+1) \\
 &\quad + Aw(k) + w(k+1) \\
 &\vdots \\
 &=:
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x(k+d) = & A^d x(k) + \sum_{j=1}^d A^{j-1} B u(k-j) \\
& + \sum_{j=0}^{d-1} A^{d-1-j} w(k+j)
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Mas como as incertezas futuras não são conhecidas é preciso utilizar alguma espécie de observador para obtê-las. De fato, como apresentado no capítulo 2 e como está representado na figura 10, a estratégia PNMPc incorpora um observador específico para estimar as incertezas futuras. Em [1] demonstram-se as propriedades de seguimento da predição nominal e também de rejeição da perturbação constante nas predições do PNMPc. Além do observador utilizado no PNMPc também é possível estimar as incertezas através de outros observadores, a exemplo do utilizado em [27].

Uma representação semelhante para as correções aplicadas originalmente pelo PNMPc é indicar a utilização de um observador para estimar a perturbação em regime, w_{ss} . A saída desse observador, que pode ser indicada por $\eta(k)$, deve respeitar a relação

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \eta(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} w(k) = w_{ss},$$

já que o modelo de perturbação utilizado no PNMPc garante a rejeição de perturbação constante na predição.

Essa adição da correção referente ao modelo de perturbação é razoável para todos os instantes de predição do horizonte, visto que $\eta(k)$ representa a informação mais próxima de w_{ss} em k e assume-se que $w(k) \rightarrow w_{ss}$. Dessa forma, o modelo de perturbação do PNMPc faz $\eta(k+j) = \eta(k)$, $\forall j$. Essa nova consideração leva à predição apresentada em (4.5), sendo $x(k+t|k)$ a predição para $x(k+t)$ no instante k , que de fato é o que implicitamente é realizado no controlador PNMPc.

$$\begin{aligned}
\hat{x}(k+1|k) = & A x(k) + B u(k-d) + \eta(k) \\
\hat{x}(k+2|k) = & A \hat{x}(k+1|k) + B u(k-d+1) + \eta(k) \\
\hat{x}(k+2|k) = & A [A x(k) + B u(k-d) + \eta(k)] \\
& + B u(k-d+1) + \eta(k)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{x}(k+2|k) &= A^2x(k) + ABu(k-d) + Bu(k-d+1) \\
&\quad + A\eta(k) + \eta(k) \\
&\vdots \\
\hat{x}(k+d|k) &= A^dx(k) + \sum_{j=1}^d A^{j-1}Bu(k-j) + \sum_{j=0}^{d-1} A^{d-1-j}\eta(k)
\end{aligned} \tag{4.5}$$

Sob o ponto de vista da estratégia de controle é interessante relacionar o processo a controlar mais o esquema de predição a um modelo equivalente de controle. Esse modelo equivalente pode ser representado como nas equações (4.6) e (4.7), nas quais $\psi(k)$ é a incerteza aditiva equivalente e $\delta(k)$ é o erro de predição. É possível ainda observar a ausência do atraso entre dois instantes subsequentes nesse modelo equivalente, característica essa incorporada pela compensação do atraso via modelo de predição.

$$\hat{x}(k+d+1|k+1) = A\hat{x}(k+d|k) + Bu(k) + \psi(k) \tag{4.6}$$

$$x(k+d) = \hat{x}(k+d|k) + \delta(k+d) \tag{4.7}$$

A propagação da incerteza real nesse modelo equivalente causada pelo modelo de predição é refletida em ψ , assim, a sua análise pode revelar as propriedades de robustez do esquema de controle equivalente, quando da presença do modelo de predição. Para isso é necessário relacionar $\psi(k)$ e $\delta(k)$ a $w(k)$ e verificar o comportamento do modelo de perturbação sob a perspectiva do modelo de predição.

A partir da equação (4.6) é possível perceber que $\psi(k)$ é equivalente a:

$$\psi(k) = \hat{x}(k+d+1|k+1) - [A\hat{x}(k+d|k) + Bu(k)],$$

e assim através da relação entre $\psi(k)$ e $w(k)$ obtêm-se meios para avaliar a robustez do esquema de compensação de atraso do controlador PNMPCC (quando parametrizado para controlar processos lineares).

Antes de estender a relação exposta em (4.6) é possível demonstrar que $\hat{x}(k+d+1|k+1)$ pode ser obtido utilizando o mesmo esquema de predição utilizado para se obter $\hat{x}(k+d|k)$, como em (4.5), desde

que seja tomado $x(k+1)$ como o ponto de referência inicial, resultando na equação (4.8).

$$\begin{aligned}
\hat{x}(k+1|k+1) &= Ax(k+1) + Bu(k-d+1) + \eta(k+1) \\
\hat{x}(k+2|k+1) &= A\hat{x}(k+2|k+1) + Bu(k-d+2) + \eta(k+1) \\
\hat{x}(k+2|k+1) &= A[Ax(k+1) + Bu(k-d+1) + \eta(k+1)] \\
&\quad + Bu(k-d+2) + \eta(k+1) \\
\hat{x}(k+2|k+1) &= A^2x(k+1) + ABu(k-d+1) + Bu(k-d+2) \\
&\quad + A\eta(k+1) + \eta(k+1) \\
&\vdots \\
\hat{x}(k+d|k+1) &= A^d x(k+1) + \sum_{j=1}^d A^{j-1} Bu(k-j+1) \\
&\quad + \sum_{j=0}^{d-1} A^{d-1-j} \eta(k+1)
\end{aligned} \tag{4.8}$$

E através das predições $\hat{x}(k+d|k)$, equação (4.5), e $\hat{x}(k+d+1|k+1)$, equação (4.8), é possível estender a equação (4.6) na forma apresentada em (4.9).

$$\begin{aligned}
\psi(k) &= A^d x(k+1) + \sum_{j=1}^d A^{j-1} Bu(k+1-j) + \sum_{j=0}^{d-1} A^{d-1-j} \eta(k+1) \\
&\quad - [A(A^d x(k) + \sum_{j=1}^d A^{j-1} Bu(k-j) + \sum_{j=0}^{d-1} A^{d-1-j} \eta(k)) + Bu(k)] \\
\psi(k) &= A^d x(k+1) + Bu(k) + \sum_{j=2}^d A^{j-1} Bu(k+1-j) \\
&\quad + \sum_{j=0}^{d-1} A^{d-1-j} \eta(k+1) - [A(A^d x(k) + A^{d-1} Bu(k-d) \\
&\quad + \sum_{j=1}^{d-1} A^{j-1} Bu(k-j) + \sum_{j=0}^{d-1} A^{d-1-j} \eta(k)) + Bu(k)]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\psi(k) &= A^d x(k+1) + \sum_{j=1}^{d-1} A^j Bu(k-j) + \sum_{j=0}^{d-1} A^{d-1-j} \eta(k+1) \\
&\quad - AA^d x(k) - A^d Bu(k-d) - A \sum_{j=1}^{d-1} A^{j-1} Bu(k-j) \\
&\quad - A \sum_{j=0}^{d-1} A^{d-1-j} \eta(k) + Bu(k) - Bu(k) \\
\psi(k) &= A^d [x(k+1) - Ax(k) - Bu(k-d)] + \sum_{j=1}^{d-1} A^j Bu(k-j) \\
&\quad - A \sum_{j=1}^{d-1} A^{j-1} Bu(k-j) + \sum_{j=0}^{d-1} A^{d-1-j} \eta(k+1) \\
&\quad - A \sum_{j=0}^{d-1} A^{d-1-j} \eta(k) \\
\psi(k) &= A^d [x(k+1) - Ax(k) - Bu(k-d)] + \sum_{j=1}^{d-1} A^j Bu(k-j) \\
&\quad - \sum_{j=1}^{d-1} A^j Bu(k-j) + \sum_{j=0}^{d-1} A^{d-1-j} \eta(k+1) - \sum_{j=0}^{d-1} A^{d-j} \eta(k) \\
\psi(k) &= A^d [x(k+1) - Ax(k) - Bu(k-d)] + \eta(k+1) - A^d \eta(k) \\
&\quad + \sum_{j=0}^{d-2} A^{d-1-j} \eta(k+1) - \sum_{j=1}^{d-1} A^{d-j} \eta(k) \\
\psi(k) &= A^d [x(k+1) - Ax(k) - Bu(k-d) - \eta(k)] + \eta(k+1) \\
&\quad + \sum_{j=0}^{d-2} A^{d-1-j} \eta(k+1) - \sum_{j=0}^{d-2} A^{d-1-j} \eta(k) \\
&= A^d [x(k+1) - Ax(k) - Bu(k-d) - \eta(k)] + \eta(k+1) \\
&\quad + \sum_{j=0}^{d-2} A^{d-j-1} [\eta(k+1) - \eta(k)]
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Assim, a incerteza aditiva equivalente, modificada pelo esquema de predição, pode ser descrita como na equação (4.10).

$$\psi(k) = A^d[w(k) - \eta(k)] + \sum_{j=1}^{d-1} A^j[\eta(k+1) - \eta(k)] + \eta(k+1) \quad (4.10)$$

Em primeiro lugar, percebe-se que as duas propriedades fundamentais de seguimento de predição nominal e rejeição de perturbação constante na predição continuarão presentes, mesmo com a utilização de um esquema de compensação explícita.

Isso porque se $w(k) \rightarrow w_{ss}$, o modelo de perturbação utilizado faz com que tanto $\eta(k) \rightarrow w_{ss}$ quanto $\eta(k+1) \rightarrow w_{ss}$ e assim, da equação (4.10), é possível perceber que $\psi(k) \rightarrow w_{ss}$. Já no caso de $w(k) = 0$, o modelo de perturbação do PNMPC faz com que $\eta(k) = 0$, $\eta(k+1) = 0$ e assim também $\psi(k) = 0$. Ou seja, pelos casos citados é possível perceber que $x(k+d+1|k+1) \rightarrow x(k+d+1)$ e que respeitem-se as propriedades de seguimento de predição nominal e rejeição de perturbação constante na predição.

Ainda, percebe-se que caso a matriz A seja positiva definida, e assim o modelo nominal seja instável, quanto maior o atraso nominal maior será a norma induzida¹ da matriz A^d , o que tende a aumentar a norma da incerteza aditiva equivalente, ψ . E assim, quando o modelo nominal for instável, a norma de ψ tenderá a crescer conforme cresça o atraso nominal, o que prejudicará o desempenho do processo controlado em malha fechada, já que a predição é usada para o cálculo do próximo incremento de controle e ψ afeta diretamente a predição.

O outro ponto em questão refere-se ao comportamento da variável de correção, η , aplicada a cada elemento de predição. É interessante notar que na incerteza equivalente ela se apresenta de forma acumulada. Isso acontece, pois, como a cada instante de predição é aplicado o mesmo valor de correção, após o período referente ao atraso nominal esses valores vão se acumulando continuamente. E assim, de forma semelhante, esse acúmulo pode aumentar a norma de ψ e também prejudicar a robustez em malha fechada.

Em contrapartida da análise da incerteza equivalente tem-se também a análise do erro de predição, apresentada na equação (4.11). É interessante notar que $\delta(k)$ terá seu efeito notado apenas na resposta temporal da rejeição das perturbações constantes, sem afetar a robustez do controle em malha fechada. Vale ressaltar que problemas relacionados a robustez são originários no fato de que a informação utilizada

¹A norma induzida de uma matriz é definida por $\|A\| \triangleq \max_{w \neq 0} \frac{\|Aw\|}{\|w\|}$

para o cálculo do próximo incremento de controle, nesse esquema de compensação de atraso, é $x(k + d|k)$, a qual depende diretamente da incerteza equivalente, $\psi(k)$.

$$\begin{aligned}
 \delta(k + d) &= x(k + d) - \hat{x}(k + d|k) \\
 &= [A^d x(k) + \sum_{j=1}^d A^{j-1} B u(k - j) + \sum_{j=0}^{d-1} A^{d-1-j} w(k + d - j)] \\
 &\quad - [A^d x(k) + \sum_{j=1}^d A^{j-1} B u(k - j) + \sum_{j=0}^{d-1} A^{d-1-j} \eta(k)] \\
 \delta(k + d) &= \sum_{j=0}^{d-1} A^{d-j-1} [w(k + j) - \eta(k)],
 \end{aligned}$$

e assim,

$$\delta(k) = \sum_{j=0}^{d-1} A^{d-j-1} [w(k - d + j) - \eta(k - d)].$$

Ainda, utilizando algumas manipulações, é possível sintetizar esse resultado, obtendo:

$$\begin{aligned}
 \delta(k) &= A^{d-1} [w(k - d) - \eta(k - d)] + A^{d-2} [w(k - d + 2) - \eta(k - d)] \\
 &\quad + \dots + A [w(k - 2) - \eta(k - d)] + [w(k - 1) - \eta(k - d)] \\
 &= [w(k - 1) - \eta(k - d)] + A [w(k - 2) - \eta(k - d)] \\
 &\quad + \dots + A^{d-2} [w(k - d + 2) - \eta(k - d)] + A^{d-1} [w(k - d) - \eta(k - d)] \\
 &= \sum_{j=1}^d A^{j-1} [w(k - j) - \eta(k - d)].
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Novamente, como esperado, é possível notar que se $\eta(k) \rightarrow w_{ss}$, então $\lim_{k \rightarrow \infty} \psi(k) = w_{ss}$ e $\delta(k + d) \rightarrow 0$. Assim, da equação (4.7) verifica-se a rejeição da perturbação na predição e também que $\hat{x}(k + d|k) \rightarrow x(k + d)$.

As figuras 12 e 13 retratam como o desempenho em robustez

do PN MPC ainda é dependente do tamanho do atraso nominal, característica essa não desejável para esquemas de compensação de atraso. Nessas figuras o processo (4.12) é controlado utilizando o modelo (4.13).

$$y(k+1) = 0,92y(k) + 0,25u(k-1-d) \quad (4.12)$$

$$y(k+1) = 0,9y(k) + 0,25(k-1-d_n) \quad (4.13)$$

E ainda, para controlá-lo, parametriza-se um controlador PN MPC com horizonte de predição efetivo de 3 amostras (desconsiderando os d instantes iniciais nos quais o efeito do atraso é percebido), o horizonte de controle em 3, ponderações na predição de 0,001 e ponderações no controle de 1. Ainda, ajusta-se o parâmetro do filtro que estima o erro de predição em 0,7.

Para representar a influência do atraso nominal na robustez, na figura 12 representa-se a resposta temporal do processo com um atraso de $d = 10$ controlado pelo PN MPC que utiliza um modelo de predição com atraso de $d_n = 8$. É possível perceber que, como o atraso nominal é curto, um erro de 25% a menos de incerteza no atraso não prejudica o desempenho da dinâmica em malha fechada.

No entanto, na figura 13 representa-se a instabilização da dinâmica em malha fechada quando o atraso é maior, $d = 80$, também com 25% a menos de incerteza no atraso, $d_n = 64$. Assim, uma mesma parametrização para o controlador PN MPC que estabiliza a dinâmica em malha fechada quando o atraso nominal é curto pode instabilizá-la quando o atraso nominal for maior.

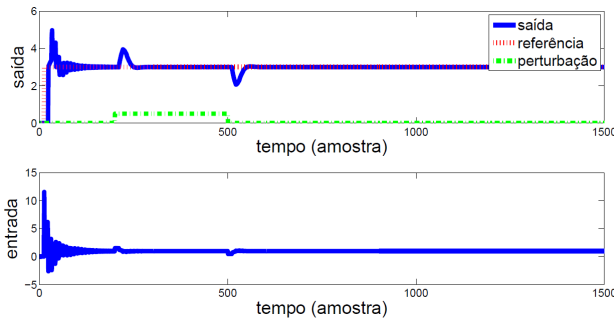


Figura 12 – Respostas temporais; $d = 10$ e $d_n = 8$

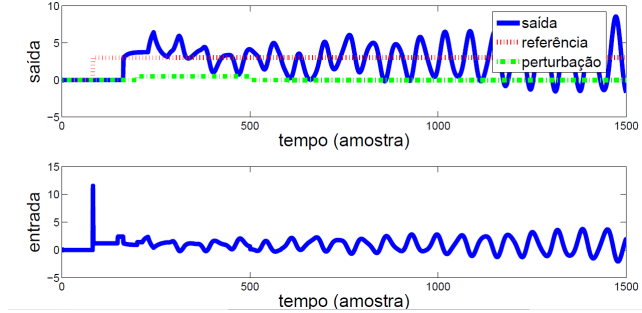


Figura 13 – Respostas temporais; $d = 80$ e $d_n = 64$

Essa característica é a mesma observada no GPC para controle de sistemas com atraso, como ilustrado em [2] e [6].

4.1.2 Preditor Modificado

A partir do que foi exposto na seção 4.1.1 tem-se que a incerteza equivalente, da equação (4.6), $\psi(k)$, possui um forte impacto na robustez do controle PNMPC em malha fechada, visto que ela atuará na predição $\hat{x}(k+d|k)$ que é utilizada para calcular as variáveis de controle. Sendo assim, é lógico pensar que conforme diminui-se o seu efeito nas predições, maior desempenho em robustez é possível alcançar.

Observando a equação (4.10) vê-se também que, caso o acúmulo de η diminua, ou seja eliminado, a norma de ψ irá diminuir. Diminuindo a norma de ψ diminui-se também o seu impacto nas predições e por consequência pode-se melhorar a robustez do controle em malha fechada. Uma forma de eliminar esse acúmulo é alterar o esquema de correção das predições, estabelecendo um novo esquema de compensação de atraso, no qual a predição utilizada para calcular a próxima variável de controle é $\tilde{x}(k+d|k)$, (4.14).

$$\begin{aligned}\tilde{x}(k+1|k) &= Ax(k) + Bu(k-d) + \eta(k-d+1) \\ \tilde{x}(k+2|k) &= A\tilde{x}(k+1|k) + Bu(k-d+1) + \eta(k-d+2) \\ \tilde{x}(k+2|k) &= A[Ax(k) + Bu(k-d) + \eta(k-d+1)] \\ &\quad + Bu(k-d+1) + \eta(k-d+2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{x}(k+2|k) &= A^2x(k) + ABu(k-d) + Bu(k-d+1) \\
&\quad + A\eta(k-d+1) + \eta(k-d+2) \\
&\vdots \\
\tilde{x}(k+d|k) &= A^dx(k) + \sum_{j=1}^d A^{j-1}Bu(k-j) + \sum_{j=0}^{d-1} A^j\eta(k-j)
\end{aligned} \tag{4.14}$$

Essa alteração é interessante visto que as incertezas desconhecidas não são garantidamente constantes em um horizonte de predição do atraso, como prevê o PN MPC ao fazer $\eta(k-d-1) = \eta(k-d) = \dots = \eta(k)$. Além disso, como os observadores utilizados para os modelos de perturbação são estáveis e $\eta(k) \rightarrow w_{ss}$, a mesma relação é respeitada para os instantes anteriores de η , ou seja, $\eta(k-d) \rightarrow w_{ss}$, $\eta(k-d+1) \rightarrow w_{ss}$, ..., $\eta(k-1) \rightarrow w_{ss}$, mantendo as propriedades fundamentais de um compensador de atraso.

O novo modelo equivalente devido à presença desse novo esquema de predição pode ser representado como em (4.15) e (4.16), sendo $\theta(k)$ a nova incerteza aditiva equivalente e $\epsilon(k)$ o novo erro de predição.

$$\tilde{x}(k+d+1|k+1) = A\tilde{x}(k+d|k) + Bu(k) + \theta(k) \tag{4.15}$$

$$x(k+d) = \tilde{x}(k+d|k) + \epsilon(k+d) \tag{4.16}$$

Para visualizar as novas propriedades de robustez é necessário relacionar a nova incerteza aditiva equivalente com a incerteza aditiva real. Para isso descreve-se $\theta(k)$ como em (4.17).

$$\theta(k) = \tilde{x}(k+d+1|k+1) - [A\tilde{x}(k+d|k) + Bu(k)] \tag{4.17}$$

Assim como é possível obter a predição $\tilde{x}(k+d|k)$ dado o valor do instante $x(k)$, pode-se também obter a predição $\tilde{x}(k+d+1|k+1)$ caso fosse dado $x(k+1)$, como em (4.18).

$$\begin{aligned}
\tilde{x}(k+2|k+1) &= Ax(k+1) + Bu(k-d+1) + \eta(k-d+2) \\
\tilde{x}(k+3|k+1) &= A\tilde{x}(k+2|k+1) + Bu(k-d+2) + \eta(k-d+3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{x}(k+3|k+1) &= A^2x(k+1) + ABu(k-d+1) + Bu(k-d+2) \\
&\quad + A\eta(k-d+2) + \eta(k-d+3) \\
&\quad \vdots = \vdots \\
\tilde{x}(k+d+1|k+1) &= A^dx(k+1) + \sum_{j=1}^d A^{j-1}Bu(k-j+1) \\
&\quad + \sum_{j=0}^{d-1} A^j\eta(k-j+1)
\end{aligned} \tag{4.18}$$

Substituindo $\tilde{x}(k+d+1|k+1)$ e $\tilde{x}(k+d|k)$ em (4.17) é possível encontrar a relação entre θ e w , como em (4.19).

$$\begin{aligned}
\theta(k) &= A^dx(k+1) + \sum_{j=1}^d A^{j-1}Bu(k+1-j) \\
&\quad + \sum_{j=0}^{d-1} A^j\eta(k-j+1) - [A(A^dx(k) \\
&\quad + \sum_{j=1}^d A^{j-1}Bu(k-j) + \sum_{j=0}^{d-1} A^j\eta(k-j)) + Bu(k)] \\
\theta(k) &= A^dx(k+1) + Bu(k) + \sum_{j=2}^d A^{j-1}Bu(k+1-j) \\
&\quad + \sum_{j=0}^{d-1} A^j\eta(k-j+1) - [A(A^dx(k) + A^{d-1}Bu(k-d) \\
&\quad + \sum_{j=1}^{d-1} A^{j-1}Bu(k-j) + \sum_{j=0}^{d-1} A^j\eta(k-j)) + Bu(k)] \\
\theta(k) &= A^dx(k+1) + \sum_{j=1}^{d-1} A^jBu(k-j) + \sum_{j=0}^{d-1} A^j\eta(k-j+1) \\
&\quad - AA^dx(k) - A^dBu(k-d) - A \sum_{j=1}^{d-1} A^{j-1}Bu(k-j)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -A \sum_{j=0}^{d-1} A^j \eta(k-j) + Bu(k) - Bu(k) \\
\theta(k) &= A^d [x(k+1) - Ax(k) - Bu(k-d)] + \sum_{j=1}^{d-1} A^j Bu(k-j) \\
& -A \sum_{j=1}^{d-1} A^{j-1} Bu(k-j) + \sum_{j=0}^{d-1} A^j \eta(k-j+1) \\
& -A \sum_{j=0}^{d-1} A^j \eta(k-j) \\
\theta(k) &= A^d [x(k+1) - Ax(k) - Bu(k-d)] \\
& + \sum_{j=1}^{d-1} A^j Bu(k-j) - \sum_{j=1}^{d-1} A^j Bu(k-j) \\
& + \sum_{j=0}^{d-1} A^j \eta(k-j+1) - A \sum_{j=0}^{d-1} A^j \eta(k-j) \\
\theta(k) &= A^d [x(k+1) - Ax(k) - Bu(k-d)] + \eta(k) - A^d \eta(k-d) \\
& + \sum_{j=1}^{d-1} A^j \eta(k-j+1) - \sum_{j=0}^{d-2} A^{j+1} \eta(k-j) \\
\theta(k) &= A^d [x(k+1) - Ax(k) - Bu(k-d) - \eta(k-d+1)] + \eta(k+1) \\
& + \sum_{j=1}^{d-1} A^j \eta(k-j+1) - \sum_{j=1}^{d-1} A^j \eta(k-j+1)
\end{aligned}$$

E assim,

$$\theta(k) = A^d [w(k) - \eta(k-d+1)] + \eta(k+1) \quad (4.19)$$

Observando a equação (4.19) é possível perceber que $\theta(k)$ mantém as propriedades fundamentais de compensadores de atraso: seguimento de predição nominal e rejeição de perturbação constante na predição. Isso porque, caso $w(k) = 0$, pelo observador utilizado, $\eta(k-d) = \eta(k) = 0$ e $\theta(k) = 0$. Bem como se $w(k) \rightarrow w_{ss}$, pelo modelo de perturbação utilizado, $\eta(k-d) \rightarrow w_{ss}$ e $\eta(k) \rightarrow w_{ss}$, levando $\theta(k) \rightarrow w_{ss}$. E, para ambas as situações, a predição tende ao valor real

No entanto, diferentemente do esquema de predição original do

PNMPC, no qual ψ sofre forte influência de acúmulo das variáveis de correção durante o período equivalente ao atraso nominal, e consequentemente prejudica a robustez do controle em malha fechada, θ não mais apresenta esse fenômeno indesejado.

Ainda, o erro de predição nesse caso é dado pela equação (4.20).

$$\begin{aligned}\epsilon(k+d) &= x(k+d) - \tilde{x}(k+d|k) \\ &= [A^d x(k) + \sum_{j=1}^d A^{j-1} B u(k-j) + \sum_{j=0}^{d-1} A^{d-1-j} w(k+d-j)] \\ &\quad - [A^d x(k) + \sum_{j=1}^d A^{j-1} B u(k-j) + \sum_{j=0}^{d-1} A^j \eta(k-j)]\end{aligned}$$

E assim,

$$\epsilon(k) = \sum_{j=0}^{d-1} A^j [w(k+j+1) - \eta(k-j)]. \quad (4.20)$$

Mais uma vez, a equação (4.20) esclarece a evidência do cumprimento da propriedade de rejeição de perturbação constante na predição, já que se $\eta(k) \rightarrow w_{ss}$, então $\lim_{k \rightarrow \infty} \theta(k) = w_{ss}$ e $\epsilon(k+d) \rightarrow 0$.

Para ilustrar o ganho de robustez quando esse segundo esquema de compensação de atraso é utilizado considera-se a mesma parametrização do controlador PNMPC utilizada nos exemplos apresentados nas figuras 12 e 13, no entanto, utilizando agora o preditor modificado para determinar a predição para $x(k+d)$.

Na figura 14, vê-se que a resposta temporal em malha fechada, nas condições nas quais o atraso real do processo (4.12) é de 80 amostras e o atraso nominal do modelo (4.13) é de 64 amostras (um erro de 25% na estimativa do atraso), não apresenta mais um comportamento instável.

É interessante notar como esse esquema de compensação de atraso proposto pode ser aplicado em diversos tipos de controladores. Ele pode ser aplicado em um controlador clássico de realimentação de estados, no qual, em conjunto com um observador das incertezas, forneceria predições até $k+d|k$ que o controlador utilizaria para calcular o próximo valor de controle, como enunciado em [6]. Outra aplicação, seguindo a linha do que foi apresentado para o PNMPC, seria a utilização

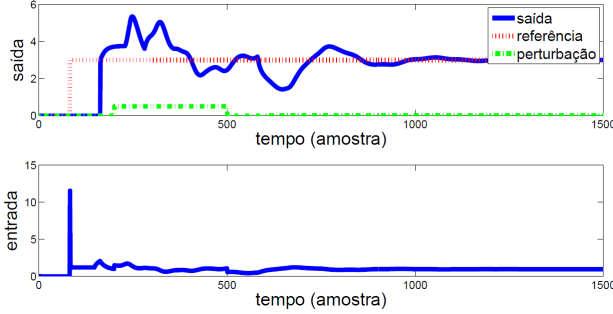


Figura 14 – Respostas temporais; $d = 80$ e $d_n = 64$

de um esquema de compensação de atraso explícita em controladores MPC tornando-os mais robustos quando utilizados para o controle de processos com longo atraso de transporte.

4.1.3 Preditor Modificado em um PNMPC Não Linear

Como apresentado no capítulo 2 o PNMPC é projetado para melhorar o desempenho de controladores preditivos quando configurados para controlar processos com não linearidades complexas. A intenção é obter uma estratégia com uma relação adequada entre desempenho, velocidade e simplicidade. Para isso utiliza-se uma nova abordagem de linearização na resposta forçada, fazendo uma aproximação linear da saída predita em relação aos incrementos de controle futuros.

A sua concepção original prevê um modelo de perturbação capaz de garantir a rejeição de perturbações constantes, utilizando um observador particular para obter correções que são adicionadas em cada uma das predições de todo o horizonte.

Sendo assim, em (4.2), $w \rightarrow w_{ss}$, mesmo quando controla-se um processo através de um modelo não linear e o modelo de perturbação é também utilizado para, em regime, rejeitar possíveis perturbações constantes fazendo com que $x(k + d|k) \rightarrow x(k + d)$.

Por similaridade ao caso linear é possível concluir que em um esquema de compensação de atraso explícita, no qual um modelo de perturbação faz com que $\eta \rightarrow w_{ss}$ para que $x(k + d|k) \rightarrow x(k + d)$, essas correções $\eta(k)$ aplicadas em cada instante de predição de um horizonte causarão o mesmo efeito de aumentar a norma da incerteza equivalente, de forma semelhante ao que ocorreu na equação (4.10).

Então, a modificação proposta na seção 4.1.1 também se faz coerente para o caso não linear e esse efeito indesejado de aumento da norma da incerteza equivalente pode ser diminuído com a eliminação do acúmulo das correções.

Para ilustrar o aumento da robustez com PNMPc utilizado para controlar um processo modelado de forma não linear, realiza-se uma simulação de controle utilizando o processo da equação (4.21) com o modelo da equação (4.22), no qual observa-se um erro de modelagem importante nos coeficientes do modelo. Parametriza-se o PNMPc com horizonte de predição efetivo de 3 amostras (desconsiderando os d instantes iniciais nos quais o efeito do atraso é percebido), o horizonte de controle em 3, ponderações na predição de 0,001 e ponderações no controle de 1. Ainda, ajusta-se o parâmetro do filtro que estima o erro de predição em 0,9.

$$y(k) = \frac{2,5y(k-1)y(k-2)}{1 + y(k-1)^2 + y(k-2)^2} + 0,3 \cos(0,5(y(k-1) + y(k-2))) + 1,2u(k-1-d) \quad (4.21)$$

$$y(k) = \frac{7y(k-1)y(k-2)}{1 + y(k-1)^2 + y(k-2)^2} + 0,1 \cos(0,3(y(k-1) + y(k-2))) + 1,2u(k-1-d_n) \quad (4.22)$$

Na figura 15 tem-se a situação na qual o atraso real é 20 com um erro percentual na estimativa do atraso de 11%, ou seja, $d_n = 18$. Na figura 16 observa-se o efeito de instabilidade quando aumenta-se o tamanho do atraso nominal para 100 instantes de amostragem, com apenas 11% de erro percentual na estimativa do atraso. E na figura 17 vê-se com a utilização do preditor modificado que o controle em malha fechada torna-se mais robusto, mantendo a estabilidade da resposta em malha fechada.

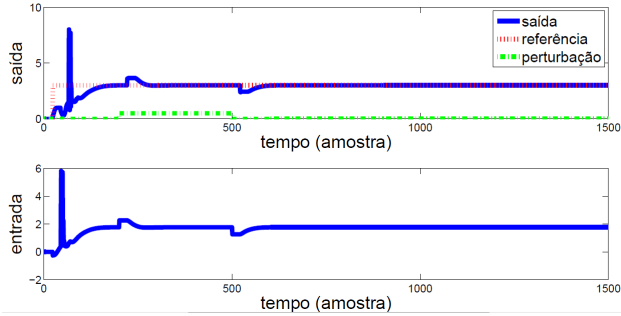


Figura 15 – Respostas temporais; $d = 20$ e $d_n = 18$

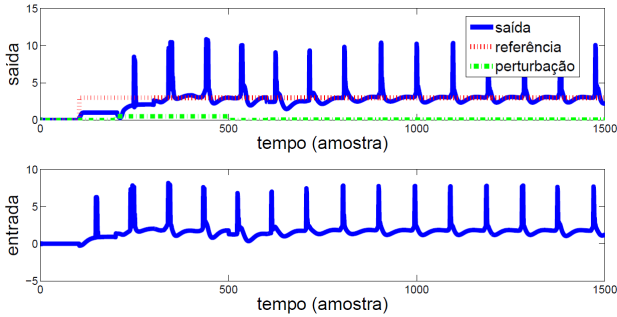


Figura 16 – Respostas temporais; $d = 100$ e $d_n = 89$

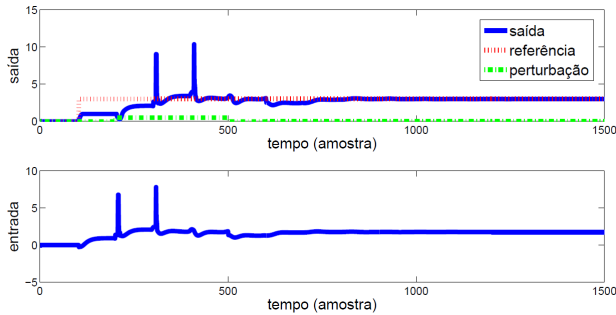


Figura 17 – Respostas temporais com Preditor Modificado; $d = 100$ e $d_n = 89$

4.1.4 Estudo de Caso

Para representar o comportamento robusto de um PNMPc que utiliza o esquema de predição modificado proposto nesse trabalho, considera-

se o controle de concentração em um reator instável comum na indústria de petróleo e gás. A dinâmica em malha aberta de alguns reatores químicos com misturas não ideais podem ser descritos pelo modelo de Choellete, como na equação diferencial não linear da equação (4.23), [26].

$$\frac{dc}{dt} = \frac{f(t)}{v} [c_i(t) - c(t)] - \frac{k_i c(t)}{[k_2 c(t) + 1]^2}, \quad (4.23)$$

sendo $c(t)$ a concentração na saída do reator, $c_i(t)$ a concentração na entrada do reator, $f(t)$ a vazão na entrada do reator, $k_1 = 10$ l/s, $k_2 = 10$ mol/s e $v = 11$ l o volume do reator. Para a simulação de controle considera-se a vazão de entrada em $f = 0.033$ l/s, o tempo de amostragem $T = 1$ s, uma discretização do processo como a da equação (4.24), e ainda um atraso de transporte entre a variável de entrada e a saída de 20 instantes de amostragem.

$$c(k) = c(k-1) + \frac{f(k-1)}{v} [c_i(k-1-20) - c(k-1)] - \frac{k_i c(k-1)}{[k_2 c(k-1) + 1]^2} \quad (4.24)$$

É configurado então um controlador PNMPC com horizontes de controle e de predição de 3 instantes de amostragem (desconsiderando os d instantes iniciais nos quais o efeito do atraso é percebido), ponderação no controle de 0,5, ponderação no erro da saída futura de 3, filtro de estimativa do erro de predição de 0,8 e é utilizado um modelo de predição como o da equação (4.25), com 30% de erro na estimativa do atraso.

$$c(k) = c(k-1) + \frac{f(k-1)}{v} [c_i(k-1-28) - c(k-1)] - \frac{k_i c(k-1)}{[k_2 c(k-1) + 1]^2} \quad (4.25)$$

A seguir é utilizado um controlador PNMPC com o esquema de predição modificado, utilizando o mesmo ajuste dado na situação anterior. As figuras 18 e 19 contêm as respostas temporais de ambas as simulações e a partir delas é possível verificar o comportamento robusto do PNMPC Modificado.

No capítulo 5 será demonstrado como a norma da incerteza equivalente se relaciona com as correções e como reduz-se esse efeito de acúmulo através da utilização do preditor modificado para o caso não linear. Porém, antes de finalizar esse capítulo é apresentada outra forma de correção das predições, baseada no FSP.

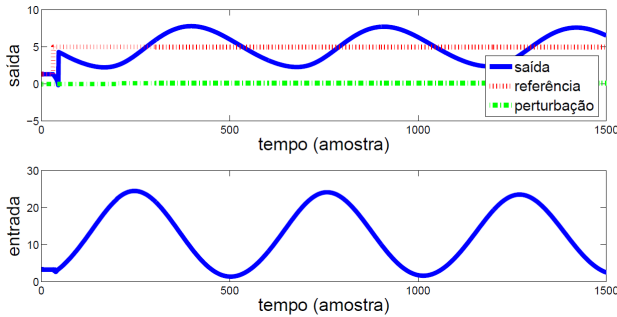


Figura 18 – Resposta temporal do controle do reator com o PNMPC

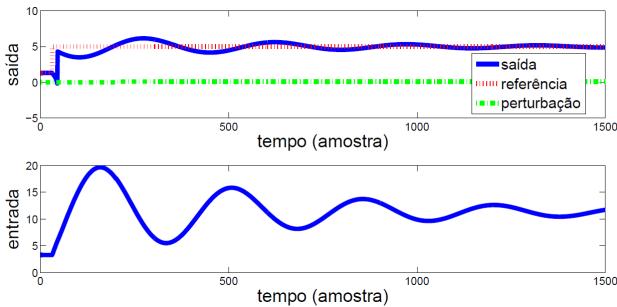


Figura 19 – Resposta temporal do controle do reator com o PNMPC Modificado

4.2 PNMPC COM COMPENSAÇÃO DE ATRASO VIA PREDITOR DE SMITH FILTRADO

Como demonstrado em [6], um esquema de compensação de atraso adequado deve possuir duas características essenciais: eliminar a influência do atraso na malha de controle e ser capaz de rejeitar perturbações constantes. Essas características são importantes porque o atraso tende a degradar a robustez conforme aumenta.

Nesse contexto, os compensadores devem ser projetados para garantir um bom desempenho do controle em malha fechada, e não apenas fornecerem boas previsões, já que elas estarão inevitavelmente atreladas a modelos nominais.

No caso dos controladores PNMPC essa afirmativa é ainda mais justificável, pois em situações nas quais processos com não linearidades

complexas estão sendo controlados, a tendência em se obter predições diferentes das saídas reais é maior, bem como a exigência em torno da robustez. Como o principal benefício da compensação de atraso via preditor de Smith filtrado é melhorar a robustez sem prejudicar o desempenho nominal do processo controlado, é interessante associá-la ao controle PNMPC de processos com longos atrasos de transporte.

No entanto, a compensação de atraso via preditor de Smith filtrado é uma estratégia utilizada tradicionalmente em esquemas de controle entrada-saída, quando utilizados modelos lineares para representar a dinâmica dos processos. Em [2] estabelece-se um caminho para se utilizar tal estratégia de compensação de atraso quando um modelo em espaço de estados linear representa o processo a controlar, mas ainda trata-se de uma representação linear.

Com vistas a aumentar a robustez dos controladores PNMPC e sabendo que o objetivo das predições em um esquema de compensação de atraso é melhorar o desempenho em malha fechada do controle, propõe-se a compensação de atraso via preditor de Smith filtrado com o uso do PNMPC como controlador primário da seguinte forma:

1. compensação de atraso explícita;
2. predição via preditor de Smith filtrado, com filtro linear;
3. controle baseado nas predições.

Em relação à compensação de atraso explícita é importante ressaltar que o esquema de controle é dado como na figura 11, ou seja, ao invés de obterem-se as predições,

$$\tilde{y} = f(y_p, u_p, \Delta u),$$

ou na forma como são realizadas no PNMPC:

$$\tilde{y} = f(y_p, u_p) + \frac{\partial \tilde{y}}{\partial \Delta u} \Delta u,$$

de maneira implícita, nas quais \tilde{y} representa o vetor de predições para a saída durante o horizonte de predição, $f(\cdot)$ representa uma função não linear que modela o processo, y_p o vetor de saídas passadas, u_p o vetor de controles passados, Δu o vetor de incrementos de controles futuros e $\frac{\partial \tilde{y}}{\partial \Delta u}$ uma linearização entre o vetor de saídas previstas e o vetor de incremento de controles futuros, obtêm-se separadamente os d primeiros instantes, sendo que d representa o atraso de transporte.

Para isso, a nova predição para d , $y(k+d|k)$, é obtida utilizando a relação (4.26), sendo $\tilde{y}(k+d|k)$ a predição a ser utilizada para o cálculo dos incrementos de controle futuros, $\bar{y}(k+d|k)$ uma predição ótima para a saída (obtida por exemplo, através de um modelo sem o atraso de transporte), $F_r(z^{-1})$ um filtro linear, que assim como o determinado em [4] deve ser estável e possuir ganho unitário, $y(k)$ a saída real e $\bar{y}(k)$ a saída atual do modelo. Esse esquema de controle é representado na figura 20.

$$\tilde{y}(k+d|k) = \bar{y}(k+d) + F_r(z^{-1})[y(k) - \bar{y}(k)] \quad (4.26)$$

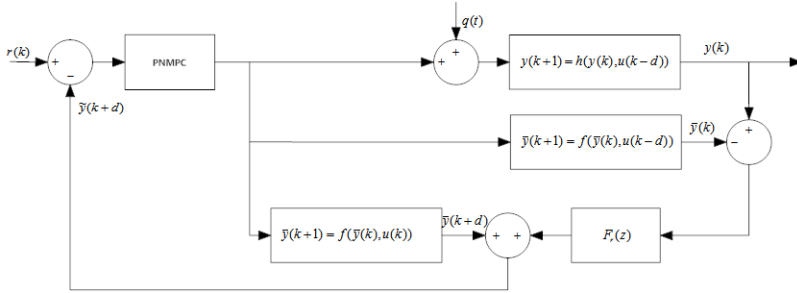


Figura 20 – PNMPC com compensação de atraso via preditor de Smith filtrado

Ainda na figura 20, nota-se que nesse novo esquema de controle o PNMPC utiliza as predições para a saída após o atraso, dadas pelo modelo equivalente de predição com o preditor de Smith filtrado, no cálculo dos próximos incrementos de controle. Ou seja, tanto a resposta livre quanto a resposta forçada serão calculadas como se a predição fosse a saída mais recente.

Deve-se ressaltar que a estratégia de compensação indicada na figura 20 só é aplicável para processos que possuem apenas pontos de equilíbrio estáveis. Para os outros casos deve-se acoplar o filtro em ambos os modelos de predição, modelo do processo com o atraso e modelo do processo sem o atraso, buscando a estabilidade interna do controlador.

Para ilustrar o aumento de robustez proporcionado pela aplicação da compensação de atraso via preditor de Smith filtrado, apresenta-se o controle do processo representado pela equação (4.21) utilizando o modelo representado pela equação (4.22), mas agora com erro na esti-

mativa do atraso de 42%. Assim, tem-se $d = 100$ e $d_n = 70$.

Nesse exemplo ajusta-se o controlador PNMPC com um horizonte de predição igual a 3 instantes de amostragem, um horizonte de controle igual a 3, ponderações na predição de 0,001 e o filtro de correção do erro de predição do PNMPC em 0,9. Para a compensação via preditor de Smith filtrado utiliza-se um filtro linear (4.27)².

$$F_r(z^{-1}) = \frac{0,04}{z - 0,96} \quad (4.27)$$

Nas figuras 21 e 22 é possível perceber que quando o erro estimado para o atraso de transporte aumenta, mesmo a compensação de atraso via preditor modificado, proposta na seção 4.1.3, não é capaz de garantir a robustez do controlador PNMPC. No entanto, a compensação de atraso via preditor de Smith filtrado garante a robustez nessas circunstâncias sem prejudicar o desempenho nominal do controlador para mudanças de *set point*.

É possível perceber também que em contrapartida o desempenho da resposta de rejeição da perturbação diminui para o caso no qual o preditor de Smith filtrado é utilizado. Essa característica é igual à observada no caso linear, dado o compromisso entre robustez e rejeição de perturbações. No entanto, estratégias de ajustes do filtro, como as desenvolvidas em [2], podem ser adaptadas para o caso linear no qual parte da dinâmica do processo não linear for modelada linearmente, a exemplo de modelos não lineares representados por modelos de *Hammerstein*, [22].

4.3 CONCLUSÃO

Nesse capítulo apresentou-se um estudo de robustez para o esquema de compensação do atraso implícito do PNMPC, no caso do controle de um processo representado por um modelo linear. Esse estudo possibilitou uma análise mais detalhada dos principais fatores que influenciam na robustez do controlador. Assim, foi desenvolvido um preditor modificado utilizando a compensação explícita do atraso, que não considera mais o sinal de correção constante ao longo do intervalo de predição do atraso. Foi demonstrado então, através de estudos de

²Sabe-se que a frequência de corte do filtro está relacionada com a robustez do controle em malha fechada. Técnicas de ajuste do filtro do preditor de Smith filtrado não são o objetivo desse trabalho, mas pode-se encontrar maiores informações em [6] e [2].

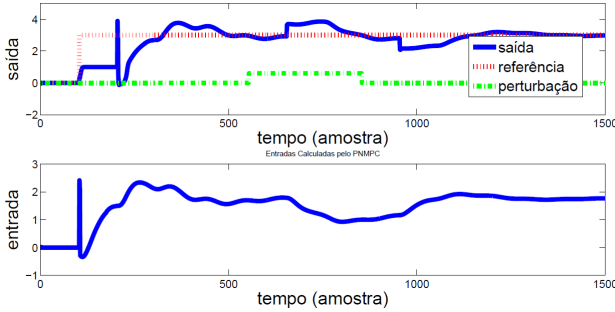


Figura 21 – Preditor de Smith filtrado; $d = 100$ e $\delta = 70$

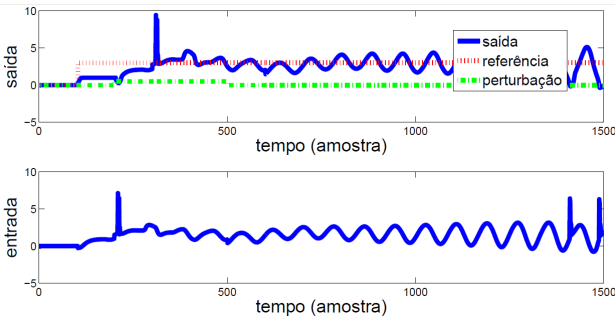


Figura 22 – Preditor modificado; $d = 100$ e $\delta = 70$

caso, o melhor desempenho em relação a robustez desse novo esquema.

Por último apresentou-se a aplicação da compensação do atraso via preditor de Smith filtrado em controladores PNMPCC com modelos não lineares. Através de exemplos ilustrou-se o bom desempenho em relação à robustez da estratégia de compensação de atraso para o caso de controle de processos modelados não linearmente.

Esses exemplos ilustrativos motivam a análise de robustez a ser apresentada no capítulo 5, no qual demonstra-se o porquê do melhor desempenho das estratégias de compensação de atraso propostas para o controle PNMPCC em processos com longos atrasos de transporte.

5 ANÁLISE DE ROBUSTEZ

Como discutido nos capítulos anteriores, os compensadores de atraso são geralmente sensíveis ao erro na estimação do atraso de transporte. Sendo assim a análise de robustez é importante para classificar a robustez das diversas estratégias quando aplicadas em situações nas quais há incertezas em relação ao processo real a ser controlado.

Em [6], pode-se observar que os compensadores de atraso devem, além de cumprir o seu papel fundamental de evitar que o atraso de transporte influencie o desempenho em malha fechada do processo controlado, manter o comportamento robusto independentemente da magnitude do atraso nominal. Assim, pode-se perceber também nos exemplos apresentados em [6], no capítulo 9, que as estratégias GPC e DMC (assim como a estratégia PNMPC) originalmente não atendem esse requisito, enquanto o uso do preditor de Smith filtrado como estrutura de predição do atraso faz com que elas atendam.

Para verificar as características de robustez das estratégias apresentadas nesse trabalho será representada a propagação das incertezas reais perante o esquema resultante de controle, considerando o controlador primário PNMPC e as respectivas estratégias de compensação de atraso: compensação implícita do próprio PNMPC, compensação de atraso modificada proposta no capítulo 4 e compensação de atraso via preditor de Smith Filtrado em união com o PNMPC também proposta no capítulo 4. Ainda, será primeiramente analisada a propagação das incertezas considerando o controle de processos lineares, como em [2], e em seguida analisada a propagação das incertezas de forma generalizada, considerando também processos não lineares, como em [28].

5.1 DESCRIÇÃO DAS INCERTEZAS

Processos reais apresentam variações relacionadas a qualquer modelo proposto para representá-lo, variações essas oriundas de diversas fontes de incertezas, como: ruídos, perturbações não mensuráveis, erros na modelagem do processo etc. Essas variações podem causar problemas relacionados a estabilidade ou a violações de restrições, no caso de controladores preditivos.

Existem diversas maneiras de representar essas incertezas, a exemplo das inclusões politópicas e das incertezas aditivas. As inclusões politópicas, como em (5.1), sendo A_i as matrizes dinâmicas representando

modelos sujeitos a diferentes incertezas, possuem a vantagem de indicar separadamente cada uma das incertezas e assim permitir meios de se tratar cada uma delas individualmente. Já a formulação de incertezas aditivas, como em (5.2), apesar de ser mais conservadora, permite englobar mais facilmente todo o tipo de incerteza, além de permitir também a obtenção dos valores reais de incertezas experimentalmente.

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k-d) \quad ; \quad A \in \mathbf{A}$$

$$\mathbf{A} = \{A : A = \sum_{i=1}^N \alpha_i A_i; \quad \sum_{i=1}^N \alpha_i = 1; \quad \alpha_i \geq 0\} \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k-d) + w(k) \\ w(k) &= x(k+1) - Ax(k) - Bu(k-d) \end{aligned} \quad (5.2)$$

Ainda, em esquemas de compensação de atraso sabe-se que o atraso não deve afetar o desempenho nominal em malha fechada. No entanto, nesses esquemas, uma predição para a saída do processo é utilizada para controlar o processo real. Assim, é preciso estudar a relação entre as incertezas reais e as incertezas propagadas pela predição para poder observar qual o efeito do atraso e qual a robustez da estratégia de controle resultante.

5.2 ANÁLISE LINEAR DA ROBUSTEZ

Nessa seção será apresentada a análise de robustez dos esquemas de compensação propostos. Será analisada a propagação da incerteza através do compensador de atraso utilizado, isso primeiramente levando em consideração modelos lineares para representar os processos em questão.

Essa ferramenta de análise de robustez justifica-se pelo fato de que nos esquemas de controle via compensação do atraso um compensador produz uma predição para a saída do processo após o efeito do atraso e os controladores primários fazem uso dessa predição para realizarem o cálculo do próximo valor de controle. Assim, deve-se analisar a forma pela qual a incerteza real propaga-se no esquema de compensação de atraso e também impacta a predição, que como dito, será a informação utilizada para o cálculo do próximo esforço de controle.

Assim, pelo ponto de vista do controle, é possível dizer que um esquema de controle como o apresentado na figura 23, no qual um controlador primário calcula os esforços de controle, $u(k)$, comparando a predição da saída após o efeito do atraso, $\hat{y}(k) = y(k + d|k)$, com a referência, é equivalente ao esquema de controle da figura 24, no qual está evidenciado um modelo equivalente. Através dessa descrição é possível relacionar as incertezas $w(k)$ e $\hat{w}(k)$ e verificar o impacto na robustez devido a uma possível modificação do comportamento dessa informação.

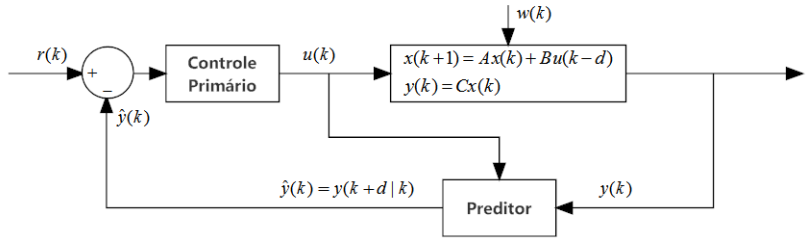


Figura 23 – Controle Linear com Compensação de Atraso

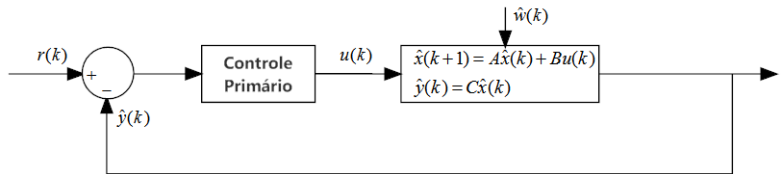


Figura 24 – Esquema equivalente de Controle

5.2.1 Compensação de Atraso Explícita

Como apresentado no capítulo 4, dada uma representação linear, discreta e invariante no tempo de um processo a controlar, como em (5.3), sendo $x(k) \in \mathbb{R}^n$ o vetor de estados em k , $u(k) \in \mathbb{R}^p$ o vetor de variáveis de controle, $y(k) \in \mathbb{R}^q$ o vetor com as saídas, $w(k) \in \mathbb{R}^n$ o vetor com as incertezas aditivas, d o atraso de transporte e A , B e C as matrizes que modelam o processo, é possível utilizar um esquema de compensação explícita para prever as saídas após o efeito do atraso e utilizá-las no cálculo do controle, como na figura 23. Como apresentado em [13], esse modelo de compensação é similar à compensação de atraso implícita utilizada em um MPC (também utilizada no PNMPC) e ainda para a análise de propagação da incerteza nessa seção será considerado o modelo de perturbação do PNMPC.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k-d) + w(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \tag{5.3}$$

A equação (5.4) apresenta a predição referente ao esquema de compensação do PNMPC, no qual $\hat{x}(k+d|k)$ representa o valor predito para $x(k+d)$ no instante k . E ainda, é possível representar o esquema de controle de forma equivalente, sem a presença do atraso, como na figura 24. Assim, na equação (5.5), que representa esse modelo equivalente, é possível notar a ausência do atraso de transporte.

$$\hat{x}(k+d|k) = A^d x(k) + \sum_{j=1}^d A^{j-1} Bu(k-j) + \sum_{j=0}^{d-1} A^{d-1-j} \eta(k) \tag{5.4}$$

$$\hat{x}(k+d+1|k+1) = A\hat{x}(k+d|k) + Bu(k) + \psi(k) \tag{5.5}$$

$$x(k+d) = \hat{x}(k+d|k) + \delta(k+d) \tag{5.6}$$

A análise das incertezas propagadas, $\psi(k)$, torna possível o estudo da robustez. Como demonstrado no capítulo 4, para esse caso tem-se a relação apresentada na equação (5.7).

$$\psi(k) = A^d[w(k) - \eta(k)] + \sum_{j=1}^{d-1} A^j[\eta(k+1) - \eta(k)] + \eta(k+1). \quad (5.7)$$

Em relação ao erro de predição, tem-se a relação apresentada na equação (5.8).

$$\delta(k) = \sum_{j=1}^d A^{j-1}[w(k-j) - \eta(k-d)] \quad (5.8)$$

Novamente, as principais conclusões para esse caso envolvem o comportamento da variável de correção, $\eta(k)$, adicionada nas predições pelo modelo de perturbação do PNMPC. Como em cada instante de predição é aplicado o mesmo valor de correção, após o período igual ao tempo de atraso ocorre o acúmulo dessas correções, o que pode aumentar a norma de $\psi(k)$ e diminuir a robustez em malha fechada, já que $\psi(k)$ interfere na obtenção de $\hat{x}(k+d|k)$, que é a informação utilizada para o cômputo do próximo esforço de controle.

5.2.2 Compensação de Atraso Modificada

A modificação do modelo de perturbação do PNMPC proposta nesse projeto foi apresentada no capítulo 4, bem como a avaliação da sua robustez. Então, para a representação em espaço de estados linear e invariante no tempo de um processo a controlar, como em (5.3), a nova predição é a representada na equação (5.9).

$$\tilde{x}(k+d|k) = A^d x(k) + \sum_{j=1}^d A^{j-1} B u(k-j) + \sum_{j=0}^{d-1} A^j \eta(k-j) \quad (5.9)$$

O novo modelo equivalente resultante da utilização da predição modificada, representado pela equação (5.10), modifica a relação entre a incerteza resultante, $\theta(k)$, e a incerteza real, $w(k)$, apresentada na equação (5.12).

$$\tilde{x}(k + d + 1|k + 1) = A\tilde{x}(k + d|k) + Bu(k) + \theta(k) \quad (5.10)$$

$$x(k + d) = \tilde{x}(k + d|k) + \epsilon(k + d) \quad (5.11)$$

$$\theta(k) = A^d[w(k) - \eta(k - d)] + \eta(k) \quad (5.12)$$

O novo erro de predição pode ser relacionado à incerteza real conforme a equação (5.13).

$$\epsilon(k) = \sum_{j=0}^{d-1} A^j[w(k - j - 1) - \eta(k - d - j)]. \quad (5.13)$$

Percebe-se então o acréscimo de robustez que essa modificação no modelo de perturbação do PNMPC proposta promove, já que o acúmulo das variáveis de correção que ocorria, equação (5.7), é quase na sua totalidade eliminado. Isso porque o termo somatório que representa o acúmulo das variáveis de correção se propagando pela predição é eliminado.

O reflexo desse fenômeno é que a incerteza equivalente é menos influenciada pelas variáveis de correção e por consequência afeta menos a predição, fazendo com que a robustez do controle em malha fechada seja maior.

5.2.3 Compensação via Preditor de Smith Filtrado

No capítulo 4 apresentou-se também a estratégia de controle que contempla a unificação do controle preditivo PNMPC com um esquema de compensação de atraso explícito via preditor de Smith filtrado. Em seguida, será apresentada uma análise da robustez através do comportamento da incerteza.

É de conhecimento em controle de processos com atraso que o preditor de Smith filtrado foi concebido para controle entrada-saída [6] e [2]. Como foi escolhida a representação em espaço de estados para demonstrar as propriedades de robustez das estratégias em questão, é possível utilizar uma saída auxiliar, como em (5.14), desde que os estados sejam mensuráveis.

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k-d) + w(k) \\ y_a(k) &= x(k)\end{aligned}\tag{5.14}$$

Obtendo assim uma representação em espaço de estados, relacionando as matrizes A e B com o modelo em função de transferência (5.15), como em (5.16).

$$x(k) = y_a(k) = G(z^{-1})u(k-d) + Q(z^{-1})w(k)\tag{5.15}$$

$$\begin{aligned}G(z^{-1}) &= (I - Az^{-1})^{-1}Bz^{-1} \\ Q(z^{-1}) &= (I - Az^{-1})^{-1}z^{-1}\end{aligned}\tag{5.16}$$

Estabelece-se então uma relação entre as representações e a possibilidade de demonstrar a robustez através de uma representação em espaços de estados linear.

Assim, dado um modelo nominal (5.17), assim como apresentado no capítulo 4 na equação (4.26), por similaridade define-se a predição via preditor de Smith filtrado em espaço de estados como em (5.18).

$$\begin{aligned}\bar{x}(k+1) &= A\bar{x}(k) + Bu(k-d) \\ \bar{y}_a(k) &= \bar{x}(k)\end{aligned}\tag{5.17}$$

$$\tilde{x}(k) = x(k+d|k) = \bar{x}(k+d) + F_r(z^{-1})[\bar{x}(k) - x(k)]\tag{5.18}$$

Para processos BIBO (*Bounded Input Bounded Output*) estáveis é possível aplicar a compensação de atraso como na figura 20, ou de forma equivalente em espaço de estados como em (5.18). No entanto, para sistemas que não são BIBO estáveis essa formulação não é válida, sendo necessário expressar a predição como em (5.19). Sendo S uma matriz de transferência BIBO estável.

$$\tilde{x}(k) = S(z^{-1})u(k) + F_r(z^{-1})x(k)\tag{5.19}$$

Para avaliar a robustez considera-se o modelo equivalente de predição, modelo do processo mais o preditor, como em (5.20). Dessa forma, a incerteza equivalente pode ser determinada pela expressão (5.21).

$$\begin{aligned}\tilde{x}(k+1) &= A\tilde{x}(k) + Bu(k) + \tilde{w}(k) \\ y_a(k) &= x(k) = \tilde{x}(k-d) + e(k)\end{aligned}\tag{5.20}$$

$$\tilde{w}(k) = \tilde{x}(k+1) - A\tilde{x}(k) - Bu(k)\tag{5.21}$$

A fim de encontrar a relação entre a incerteza equivalente e a incerteza real e conseguir assim analisar a robustez desse esquema de predição, substitui-se a equação (5.18) na equação (5.21), obtendo assim a relação expressa em (5.22).

$$\begin{aligned}\tilde{w}(k) &= \bar{x}(k+d+1) - F_r(z^{-1})\bar{x}(k+1) + F_r(z^{-1})x(k+1) \\ &\quad - A[\bar{x}(k+d) - F_r(z^{-1})\bar{x}(k) + F_r(z^{-1})x(k)] - Bu(k)\end{aligned}\tag{5.22}$$

Como para o caso nominal não são consideradas as incertezas, é possível estabelecer a relação da equação (5.23).

$$\bar{x}(k+d+1) = A\bar{x}(k+d) + Bu(k)\tag{5.23}$$

E assim, a equação (5.22) pode ser expressa como em (5.24).

$$\begin{aligned}\tilde{w}(k) &= -F_r(z^{-1})\bar{x}(k+1) + F_r(z^{-1})x(k+1) + AF_r(z^{-1})x(k) \\ &\quad - AF_r(z^{-1})x(k) \\ &= F_r(z^{-1})[x(k+1) - \bar{x}(k+1)] + AF_r(z^{-1})[x(k) - \bar{x}(k)]\end{aligned}\tag{5.24}$$

Finalizando a análise, pode-se substituir $\bar{x}(k+1)$ da equação (5.17) e $x(k+1)$ da equação (5.14), encontrando a relação expressa na equação (5.25).

$$\begin{aligned}
\tilde{w}(k) &= F_r(z^{-1})[Ax(k) + Bu(k-d) + w(k) - A\bar{x}(k) - Bu(k-d)] \\
&\quad - AF_r(z^{-1})[x(k) - \bar{x}(k)] \\
&= F_r(z^{-1})w(k) + [F_r(z^{-1})A - AF_r(z^{-1})][x(k) - \bar{x}(k)]
\end{aligned} \tag{5.25}$$

A dedução anterior foi apresentada de forma similar em [2], e pode-se mais uma vez observar que caso as perturbações sejam constantes e $F_r(1) = I$, então $\tilde{w}(k) \rightarrow w(k)$ para $k \rightarrow \infty$. Ainda, vale mencionar que para o caso linear $F_r(z^{-1})$ é uma matriz de transferência arbitrária e, se adequadamente escolhida a relação $F_r(z^{-1})A = AF_r(z^{-1})^1$ é verdadeira, reduzindo a equação (5.25) para a relação em (5.26).

$$\tilde{w}(k) = F_r(z^{-1})w(k) \tag{5.26}$$

A relação apresentada na equação (5.26) evidencia o comportamento da incerteza equivalente, sendo esse diferente das relações apresentadas nos esquemas do PNMPD tradicional e do PNMPD modificado. Aqui, um ajuste adequado do filtro faz com que o efeito da incerteza equivalente possa ser manipulado.

Assim, ao passo que nos casos anteriores a relação entre a incerteza equivalente e a incerteza real era afetada apenas pelo atraso nominal e também por parâmetros do modelo utilizado, agora essa relação pode ser modificada através da utilização do filtro de robustez e então requisitos de controle, como: robustez e ajuste da resposta a perturbações, podem ser manipulados. Nos casos anteriores a robustez dependia apenas de parâmetros do sistema.

Em relação ao erro de predição, da equação (5.14) é possível estabelecer a relação em (5.27). Da predição via preditor de Smith filtrado, é possível estendê-la para a relação em (5.28).

¹Para isso o filtro de robustez deve possuir uma forma diagonal com funções de transferências SISO idênticas, como $F_r(z^{-1}) = \begin{bmatrix} F(z^{-1}) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & F(z^{-1}) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & F(z^{-1}) \end{bmatrix}$.

Essa restrição é simples para o caso de processos estáveis em malha aberta, já que a escolha de $F(z^{-1})$ é livre [6].

$$e(k) = x(k) - \tilde{x}(k - d) \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned} e(k) &= x(k) - \bar{x}(k) - F_r(z^{-1})[x(k - d) - \bar{x}(k - d)] \\ &= [I - z^{-d}F_r(z^{-1})][x(k) - \bar{x}(k)] \end{aligned} \quad (5.28)$$

Utilizando as relações expressas em (5.15) é possível descrever a relação do erro de predição com a incerteza real pela equação (5.29). Como apresentado em [2], essa relação permite estabelecer um limitante para o erro de predição, dado um limitante natural para as incertezas reais e, em adição a um conjunto limitante para as incertezas preditas, garantir também a satisfação robusta de restrições.

$$e(k) = [I - z^{-d}F_r(z^{-1})]Q(z^{-1})w(k) \quad (5.29)$$

Ao se comparar os três casos, dados pelas equações (5.7), (5.12) e (5.26), vê-se que o PNMPC é a estratégia na qual a incerteza predita tende a possuir a maior magnitude e assim tornar o esquema de controle menos robusto. Em contrapartida, o PNMPC com compensação de atraso via preditor de Smith filtrado é o caso no qual o esquema de controle pode apresentar a maior robustez, visto que o filtro pode ser ajustado para aumentar a robustez, como detalhado em [6] e [2]. Deve-se ressaltar também a capacidade de se ajustar o filtro para melhorar o desempenho da resposta a perturbações [6].

No entanto, é importante lembrar também que o PNMPC Modificado apresenta uma formulação simples e pode também aumentar consideravelmente a robustez, apresentando assim uma boa relação custo-benefício.

5.3 ANÁLISE NÃO LINEAR DA ROBUSTEZ

Assim como na seção 5.2, será apresentada uma análise comparativa da robustez das três estratégias envolvidas nesse projeto: o PNMPC, o PNMPC com o esquema de compensação do atraso utilizando um modelo de perturbação modificado e o PNMPC com compensação de atraso via preditor de Smith filtrado. No entanto, será dado agora um enfoque ao caso mais geral, analisando a robustez de

processos modelados por sistemas não lineares com atraso de transporte. Mais uma vez será utilizada a comparação entre o comportamento das incertezas preditas.

Essa linha de análise destaca o diferencial da estratégia PNMPC, que é a possibilidade de se utilizarem as vantagens dos controladores preditivos em processos não lineares em conjunto com estratégias eficientes de controle de processos com atraso de transporte, como é o caso do preditor de Smith filtrado.

Para expor a análise considera-se um sinal discreto no tempo, x , e a sua amostra em um instante qualquer k , $x(k)$. \mathbf{x} é usado para representar uma sequência e para representar uma sequência definida entre dois instantes diferentes i e j tem-se $\mathbf{x}_{[i,j]}$, sendo $\mathbf{x}_{[i,j]} = \{x(i), \dots, x(j)\}$. Ainda, $\|x\|_s$, representa a norma induzida de vetor.

Para representar um processo não linear com atraso utiliza-se um modelo como o apresentado na equação (5.30).

$$x(k+1) = f(x(k), u(k-d)) + w(k) \quad (5.30)$$

As incertezas estão representadas de forma aditiva, como em (5.31).

$$w(k) = x(k+1) - f(x(k), u(k-d)) \quad (5.31)$$

Com vistas a definir uma solução temporal para o modelo representado em (5.30), considera-se um modelo equivalente sem a presença do atraso de transporte, como em (5.32). Para esse modelo equivalente define-se então a função $\tilde{\phi}(\cdot)$, equação (5.33), que descreve a solução do sistema no instante k para uma condição inicial x , uma sequência de controle \mathbf{u} e uma sequência de incertezas \mathbf{w} aplicadas ao sistema.

$$\tilde{x}(k+1) = f(\tilde{x}(k), u(k)) + \tilde{w}(k) \quad (5.32)$$

$$\tilde{\phi}(k, x, \mathbf{u}, \mathbf{w}) \quad (5.33)$$

Expressando (5.33) para os modelos não lineares com atraso confirma-se o fato de sua resposta temporal sofrer a influência do atraso. Como apresentado em (5.34), nesses casos o estado em um instante k

é determinado em um instante anterior $k - d$ e por uma sequência de controle tal que o último instante de controle que atua sobre o processo é $k - d - 1$.

$$x(k) = \tilde{\phi}(k - d, x(d), \mathbf{u}_{[0, k-d-1]}, \mathbf{w}_{[d, k-1]}) \quad (5.34)$$

Vale ressaltar também que o instante inicial $x(d)$, representado na equação (5.34), é o estado mais recente a não sofrer a influência da sequência de controle $\mathbf{u}_{[0, k-d-1]}$.

Para simplificar o caso no qual não há incertezas (caso nominal) utiliza-se a relação (5.35).

$$\tilde{\phi}(k, x, \mathbf{u}, \mathbf{0}) = \tilde{\phi}(k, x, \mathbf{u}) \quad (5.35)$$

Essas definições são importantes para a demonstração da robustez no caso no qual o PN MPC é utilizado em conjunto com a compensação explícita do atraso via preditor de Smith filtrado. O estudo de robustez do PN MPC e do PN MPC modificado segue nas seções 5.3.1 e 5.3.2.

5.3.1 PN MPC

Assim como na análise linear, a robustez do PN MPC será aqui analisada através do estudo do comportamento da incerteza predita. Vale lembrar que nessa estratégia de controle é possível distinguir a predição realizada até o instante de atraso da predição realizada a partir do atraso até o fim do horizonte de predição. Essa distinção destaca a existência de um esquema de compensação implícita que realiza uma predição dos estados do processo a ser utilizada para o cálculo do próximo valor de controle.

Também como no caso linear, um modelo de perturbação fornece a cada instante de predição um sinal de correção, η , no qual $\eta(k)$ representa o sinal de correção baseado no erro de predição (erro entre a saída predita e a saída real) do instante de amostragem k . E $\boldsymbol{\eta}_{[i, j]}$ representa uma sequência do sinal η igual a $\boldsymbol{\eta}_{[i, j]} = \{\eta(i), \dots, \eta(j)\}$.

Como o atraso existente no processo faz com que a ação de controle $u(k)$ só afete o processo em $k + d$, pode-se utilizar as informações já conhecidas até então para representar a predição, que como dito inicialmente, no caso do PN MPC, é realizada de forma implícita. Assim, con-

siderando a equação (5.30) d passos a frente obtém-se a representação em (5.36).

$$x(k+d+1) = f(x(k+d), u(k)) + w(k+d). \quad (5.36)$$

Contudo, uma vez que $x(k+d)$ não é conhecido no instante k , pode-se realizar uma predição baseada nas informações disponíveis nesse instante, representada por $x(k+d|k)$. Esse tipo de predição tem por objetivo representar o sistema através de um modelo sem atraso, conforme indicado na equação (5.37).

$$x(k+d+1|k+1) = f(x(k+d|k), u(k)) + \tilde{w}(k) \quad (5.37)$$

Sendo $\tilde{w}(k) \neq w(k+d)$, pois $x(k+d|k) \neq x(k+d)$ e $x(k+d+1|k) \neq x(k+d+1)$. Por fim, como $x(k+d|k)$ é definido no instante k e $x(k+d+1|k+1)$ é definido no instante $k+1$, pode-se utilizar uma notação simplificada dada por $x(j+d|j) = \tilde{x}(j)$, (5.38).

$$\tilde{x}(k+1) = f(\tilde{x}(k), u(k)) + \tilde{w}(k). \quad (5.38)$$

Essa representação é interessante, já que em esquemas de controle com compensação do atraso, o controlador principal utiliza uma predição para o valor dos estados e das saídas após o efeito do atraso no cálculo do próximo valor de controle a ser aplicado no processo com atraso. Assim, a representação em (5.38) é importante, pois em conjunto com a representação do processo com atraso (5.30) possibilita o estudo do comportamento da incerteza predita, através do estudo do pior caso de $|\tilde{w}(k)|_s$.

É importante ressaltar que estratégias de compensação de atraso distintas induzirão a predições diferenciadas, devido ao comportamento de $\tilde{w}(k)$. Então, uma forma de análise do comportamento robusto das estratégias de compensação de atraso é observar o comportamento dessa incerteza. Esse tipo de estudo é amplo, pois a análise de robustez independe do controlador primário, que é aquele projetado para o modelo sem atraso.

Com vistas a demonstrar analiticamente a propriedade de robustez do PNMPCC estudando o comportamento da incerteza predita, restringem-se os processos sob análise para aqueles descritos por funções $f(x, u)$ localmente *Lipschitz* contínuas em x , no domínio $\mathcal{X} \times \mathcal{U}$, com $f(0, 0) = 0$. Essa restrição possibilita expressar a relação da equação (5.39), [28]. Sendo $0 < L_f < \infty$ a constante de *Lipschitz*.

$$|f(x(i), u) - f(x(j), u)|_s \leq L_f |x(i) - x(j)|_s \quad (5.39)$$

Ao se restringir os processos utilizando funções localmente *Lipschitz* para representá-los é possível demonstrar também que as suas respostas temporais, dadas por (5.33), são funções localmente *Lipschitz* contínuas em x , para todo $x \in \mathcal{X}$ e $u \in \mathcal{U}$, para diferentes condições iniciais sob uma mesma sequência de controle. E ainda, a constante de *Lipschitz* da função que modela o processo em questão irá se propagar conforme está apresentado na equação (5.40).

$$\|\tilde{\phi}(j, a, \mathbf{u}_{[0, j-1]}) - \tilde{\phi}(j, b, \mathbf{u}_{[0, j-1]})\|_s \leq L_f^j \|a - b\|_s \quad (5.40)$$

Essa relação surge devido a característica recursiva na obtenção da solução dos estados, como demonstrado pela sequência de equações em (5.41)

$$\begin{aligned} & \|\tilde{\phi}(j, a, \mathbf{u}_{[0, j-1]}) - \tilde{\phi}(j, b, \mathbf{u}_{[0, j-1]})\|_s \\ &= \|f(\tilde{\phi}(j-1, a, \mathbf{u}_{[0, j-2]}), u(j-1)) - \\ & \quad f(\tilde{\phi}(j-1, b, \mathbf{u}_{[0, j-2]}), u(j-1))\|_s \\ &\leq L_f \|\tilde{\phi}(j-1, a, \mathbf{u}_{[0, j-2]}) - \tilde{\phi}(j-1, b, \mathbf{u}_{[0, j-2]})\|_s \\ &\leq L_f \|f(\tilde{\phi}(j-2, a, \mathbf{u}_{[0, j-3]}), u(j-2)) - \\ & \quad f(\tilde{\phi}(j-2, b, \mathbf{u}_{[0, j-3]}), u(j-2))\|_s \\ &\leq L_f^2 \|\tilde{\phi}(j-2, a, \mathbf{u}_{[0, j-3]}) - \tilde{\phi}(j-2, b, \mathbf{u}_{[0, j-3]})\|_s \\ &\leq \vdots \\ &\leq L_f^j \|a - b\|_s \end{aligned} \quad (5.41)$$

A partir das constatações enunciadas é possível então analisar a

propagação das incertezas pelo mecanismo de predição do PNMPC. Considerando-se as equações (5.37) e (5.38), utilizando a desigualdade triangular e a equação (5.39), chega-se à desigualdade da equação (5.42).

$$\begin{aligned}
|\tilde{w}(k)|_s &= |x(k+d+1|k+1) - f(x(k+d|k), u(k))|_s \\
&= |f(x(k+d|k+1), u(k)) + \eta(k+1) - f(x(k+d|k), u(k))|_s \\
&\leq |f(x(k+d|k+1), u(k)) - f(x(k+d|k), u(k))|_s \\
&\quad + |\eta(k+1)|_s \\
&\leq L_f |x(k+d|k+1) - x(k+d|k)|_s + |\eta(k+1)|_s \tag{5.42}
\end{aligned}$$

Realizando o mesmo procedimento a partir da equação (5.42), verifica-se a relação (5.43).

$$\begin{aligned}
|\tilde{w}(k)|_s &\leq L_f |f(x(k+d-1|k+1), u(k-1)) - f(x(k+d-1|k), \\
&\quad u(k-1))|_s + L_f |\eta(k+1) - \eta(k)|_s + |\eta(k+1)|_s \\
&\leq L_f^2 |x(k+d-1|k+1) - x(k+d-1|k)|_s \\
&\quad + L_f |\eta(k+1) - \eta(k)|_s + |\eta(k+1)|_s \\
&\leq L_f^2 |f(x(k+d-2|k+1), u(k-2)) - f(x(k+d-2|k), \\
&\quad u(k-2))|_s + \sum_{j=1}^2 L_f^j |\eta(k+1) - \eta(k)|_s + |\eta(k+1)|_s \\
&\leq L_f^3 |x(k+d-2|k+1) - x(k+d-1|k)|_s \\
&\quad + \sum_{j=1}^2 L_f^j |\eta(k+1) - \eta(k)|_s + |\eta(k+1)|_s \tag{5.43}
\end{aligned}$$

Repetindo os passos recursivamente a partir de (5.43), obtém-se um limitante para $\tilde{w}(k)$ dado pela equação (5.44).

$$\begin{aligned}
|\tilde{w}(k)|_s &\leq L_f^d |x(k+1|k+1) - x(k+1|k)|_s \\
&\quad + \sum_{j=1}^{d-1} L_f^j |\eta(k+1) - \eta(k)|_s + |\eta(k+1)|_s \\
|\tilde{w}(k)|_s &\leq L_f^d |x(k+1) - f(x(k), u(k-d)) - \eta(k)|_s
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{j=1}^{d-1} L_f^j |\eta(k+1) - \eta(k)|_s + |\eta(k+1)|_s \\
& = L_f^d |w(k) - \eta(k)|_s + \sum_{j=1}^{d-1} L_f^j |\eta(k+1) - \eta(k)|_s \\
& \quad + |\eta(k+1)|_s
\end{aligned} \tag{5.44}$$

As principais conclusões para esse caso envolvem mais uma vez o comportamento da variável de correção, η , adicionada nas predições pelo modelo de perturbação original do PNMPC. Como é aplicado o mesmo valor de correção em cada instante de predição, em um período igual ao tempo de atraso ocorrerá sempre o acúmulo dessas correções, como pode ser observado na equação (5.44). Efeito esse potencializado pelo tamanho do atraso nominal. Esse comportamento aumenta a norma de \tilde{w} diminuindo assim a robustez em malha fechada, pois \tilde{w} altera o valor de $\tilde{x}(k+d|k)$, informação utilizada para o cômputo do próximo esforço de controle.

Assim, a influência das correções aplicadas em cada instante de predição encontrada no caso linear também se faz presente no caso não linear.

5.3.2 PNMPC Modificado

Para demonstrar as propriedades de robustez do PNMPC Modificado considera-se a modificação no modelo de perturbação proposta no capítulo 4. Assim, até o instante $k+d|k$ de um horizonte de predição serão utilizadas as correções calculadas nos instantes de amostragem anteriores. Vale ressaltar novamente que na medida em que o principal objetivo da utilização de $\eta(k)$ é a eliminação do erro de predição na presença de perturbação constante é possível utilizar também os valores de $\eta(k-d+1)$, ..., $\eta(k-1)$. Isso é permitido, pois se $\eta(k) \rightarrow w_{ss}$, então $\eta(k-i) \rightarrow w_{ss}$, $i = 1, \dots, d-1$. Dessa forma, o esquema de predição modificado passa a ser descrito pela recursão em (5.45).

$$\begin{aligned}
x(k+1|k) &= f(x(k), u(k-d)) + \eta(k-d+1) \\
x(k+2|k) &= f(x(k+1|k), u(k-d+1)) + \eta(k-d+2) \\
&\vdots \\
x(k+d|k) &= f(x(k+d-1|k), u(k-1)) + \eta(k)
\end{aligned} \tag{5.45}$$

Como para esse preditor modificado, a diferença $x(k+d|k+1) - x(k+d|k)$ é dada por:

$$\begin{aligned}
x(k+d|k+1) - x(k+d|k) &= f(x(k+d-1|k+1), u(k-1)) + \eta(k) \\
&\quad - f(x(k+d-1|k), u(k-1)) - \eta(k) \\
&\leq L_f |x(k+d-1|k+1) - x(k+d-1|k)|_s,
\end{aligned}$$

pode-se repetir os passos de recursão a partir da equação (5.42) e obter-se um novo limitante para $\tilde{w}(k)$ dado pela equação (5.46).

$$\begin{aligned}
|\tilde{w}(k)|_s &\leq L_f |x(k+d|k+1) - x(k+d|k)|_s + |\eta(k+1)|_s \\
&\leq L_f^2 |x(k+d-1|k+1) - x(k+d-1|k)|_s + |\eta(k+1)|_s \\
&\leq \vdots \\
&\leq L_f^d |x(k+1|k+1) - x(k+1|k)|_s + |\eta(k+1)|_s \\
&\leq L_f^d |x(k+1) - f(x(k), u(k-d)) - \eta(k-d+1)|_s \\
&\quad + |\eta(k+1)|_s \\
&\leq L_f^d |w(k) - \eta(k-d+1)|_s + |\eta(k+1)|_s
\end{aligned} \tag{5.46}$$

Mais uma vez, como no caso linear, é possível perceber o acréscimo na robustez que a modificação proposta acarreta. Isso ocorre devido à eliminação do acúmulo das correções, o que diminui a norma do pior caso da incerteza predita. Deve-se ressaltar também que, para o caso no qual $L_f < 1$ (sistemas não lineares apenas com pontos de equilíbrio estáveis), o crescimento do atraso nominal não altera o desempenho robusto de maneira significativa na medida que L_f^d assume valores menores para valores maiores de d , assim como ocorre com o preditor de Smith. Por outro lado, a grande vantagem dessa estratégia se comparada ao preditor de Smith, é que ela pode ser aplicada de forma direta

em sistemas não-lineares com pontos de equilíbrio instáveis. A respeito do esforço computacional, o preditor modificado e o preditor convencional se equivalem, pois em ambos os casos a predição é obtida de forma iterativa, sendo necessário o mesmo número de iterações.

5.3.3 PNMPC via Preditor de Smith Filtrado

Nessa seção é apresentada a análise de robustez através do estudo da propagação das incertezas na predição realizada por um FSP que está associado a um controlador PNMPC, para o controle de processos não lineares com compensação de atraso robusta. Novamente, a respeito da modelagem do sistema pode-se dizer que os processos sob análise são bem descritos pela equação (5.30) e as incertezas descritas de forma aditiva, como em (5.31).

Ainda, para representar a solução de um sistema na forma (5.30), dados um instante inicial, um estado inicial e uma sequência de controle e de incertezas tem-se a equação (5.33).

Com vistas a apresentar o esquema de predição realizado por um compensador de atraso FSP define-se o modelo nominal de um processo como o apresentado pela equação (5.30), não considerando a presença de incertezas, equação (5.47).

$$\bar{x}(k+1) = f(\bar{x}(k), u(k-d)) \quad (5.47)$$

Dessa forma, uma predição ótima para o estado atual pode ser realizada a partir do modelo nominal do processo definido na equação (5.47), resultando na expressão apresentada na equação (5.48).

$$\bar{x}(k+d|k) = \phi(d, \bar{x}(k), \mathbf{u}_{[k-d, k-1]}) \quad (5.48)$$

Como apresentado no capítulo 4, a predição para o estado atual realizada por um compensador de atraso FSP em processos assintoticamente estáveis é a predição ótima apresentada na equação (5.48) adicionada a uma parcela referente à diferença entre a saída real e a saída nominal atual filtrada, o que resulta na expressão apresentada na equação (5.49). No entanto, deve-se ressaltar novamente que a aplicação da estratégia de compensação de atraso via preditor de Smith foi formulada para representações entrada-saída. Para contornar essa restrição pode-se considerar uma saída auxiliar $y_a(k) = x(k)$. E ainda, sabe-se que para processos instáveis é necessário realizar uma adaptação ao esquema de predição, mas que, para efeito de análise, não

modifica a propagação das incertezas.

$$\tilde{x}(k) = x(k + d|k) = \bar{x}(k + d|k) + F_r(z^{-1})(x(k) - \bar{x}(k)) \quad (5.49)$$

Mais uma vez, os processos não lineares aqui representados possuem a evolução dos estados descrita por uma função localmente *Lipschitz* contínua, e assim a relação apresentada na equação (5.39) é verdadeira. E também a função que representa a solução dos estados é localmente *Lipschitz* contínua para diferentes condições iniciais sob uma mesma sequência de controle e pode-se afirmar também que a relação de (5.40) é verdadeira.

Para representar o modelo equivalente devido ao mecanismo de predição do PNMPC com FSP considere um modelo, como o apresentado na equação (5.37). E caso o estado $\tilde{x}(k + 1)$ seja obtido tomando o estado $x(k + 1)$ como condição inicial, a predição será da forma apresentada em (5.50).

$$\tilde{x}(k + 1) = \bar{x}(k + d + 1|k + 1) + F_r(z^{-1})(x(k + 1) - \bar{x}(k + 1)) \quad (5.50)$$

Sendo $\bar{x}(k + d + 1|k + 1)$ obtido através da expressão apresentada na equação (5.51).

$$\bar{x}(k + d + 1|k + 1) = \phi(d, \bar{x}(k + 1), \mathbf{u}_{[k-d+1, k]}) \quad (5.51)$$

Para a análise da propagação das incertezas atenta-se inicialmente para uma equação que modela o comportamento equivalente do processo mais o esquema de compensação, equação (5.37). Tomando a incerteza predita como referência é possível estabelecer uma relação entre a sua norma e a norma da incerteza real partindo da relação (5.52).

$$|\tilde{w}(k)| = |\tilde{x}(k + 1) - f(\tilde{x}(k), u(k))| \quad (5.52)$$

Substituindo os valores das predições dadas pelo compensador de atraso FSP, (5.49) e (5.50), obtém-se a equação (5.53).

$$\begin{aligned} |\hat{w}(k)| = & |\bar{x}(k + d + 1|k + 1) + F_r(z^{-1})(x(k + 1) - \bar{x}(k + 1)) \\ & - f(\bar{x}(k + d|k) + F_r(z^{-1})(x(k) - \bar{x}(k)), u(k))| \end{aligned} \quad (5.53)$$

A partir da diferença triangular entre normas, é possível expressar a equação (5.53) pela equação (5.54).

$$|\hat{w}(k)| \leq |\bar{x}(k+d+1|k+1) - f(\bar{x}(k+d|k) + F_r(z^{-1})(x(k) - \bar{x}(k)), u(k))| + |F_r(z^{-1})(x(k+1) - \bar{x}(k+1))| \quad (5.54)$$

Utilizando a definição de evolução de estados, (5.33), é possível relacionar a equação (5.54) na forma expressa pela equação (5.55).

$$|\hat{w}(k)| \leq |f(\phi(d-1, \bar{x}(k+1), \mathbf{u}_{[k-d+1, k-1]}), u(k)) - f(\bar{x}(k+d|k) + F_r(z^{-1})(x(k) - \bar{x}(k)), u(k))| + |F_r(z^{-1})(x(k+1) - \bar{x}(k+1))| \quad (5.55)$$

Como os processos não lineares sob análise respeitam a relação (5.39), pode-se simplificar a equação (5.55), obtendo a relação expressa na equação (5.56).

$$|\hat{w}(k)| \leq L_f |\phi(d-1, \bar{x}(k+1), \mathbf{u}_{[k-d+1, k-1]}) - \bar{x}(k+d|k) + F_r(z^{-1})(x(k) - \bar{x}(k))| + |F_r(z^{-1})(x(k+1) - \bar{x}(k+1))| \quad (5.56)$$

Mais uma vez, pela desigualdade triangular entre normas e pela definição de evolução dos estados pode-se representar a relação (5.56) utilizando a equação (5.57).

$$|\hat{w}(k)| \leq L_f |\phi(d-1, \bar{x}(k+1), \mathbf{u}_{[k-d+1, k-1]}) - \phi(d, \bar{x}(k), \mathbf{u}_{[k-d, k-1]})| + L_f |F_r(z^{-1})(x(k) - \bar{x}(k))| + |F_r(z^{-1})(x(k+1) - \bar{x}(k+1))| \quad (5.57)$$

Devido à similaridade das soluções, é possível expressar a equação (5.57) como em (5.58).

$$\begin{aligned}
|\hat{w}(k)| \leq & L_f |\phi(d-1, \bar{x}(k+1), \mathbf{u}_{[k-d+1, k-1]}) \\
& - \phi(d-1, f(\bar{x}(k), u(k-d)), \mathbf{u}_{[k-d+1, k-1]})| \\
& + L_f |F_r(z^{-1})(x(k) - \bar{x}(k))| \\
& + |F_r(z^{-1})(x(k+1) - \bar{x}(k+1))| \quad (5.58)
\end{aligned}$$

Da relação demonstrada nas equações (5.41) é possível representar a relação em (5.58) pela equação (5.59).

$$\begin{aligned}
|\hat{w}(k)| \leq & L_f^d |\bar{x}(k+1) - f(\bar{x}(k), u(k-d))| \\
& + L_f |F_r(z^{-1})(x(k) - \bar{x}(k))| \\
& + |F_r(z^{-1})(x(k+1) - \bar{x}(k+1))| \quad (5.59)
\end{aligned}$$

Devido à igualdade proveniente da definição do modelo nominal do processo, equação (5.47), é possível simplificar a equação (5.59) e obter a relação (5.60).

$$\begin{aligned}
|\hat{w}(k)| \leq & L_f |F_r(z^{-1})(x(k) - \bar{x}(k))| \\
& + |F_r(z^{-1})(x(k+1) - \bar{x}(k+1))| \quad (5.60)
\end{aligned}$$

Essa relação apresentada na equação (5.60) deixa clara a diferença entre o comportamento da incerteza equivalente, em comparação com as relações apresentadas tanto no PNMPC tradicional quanto no PNMPC modificado. No PNMPC com o preditor de Smith filtrado o filtro age diretamente sobre o erro entre o estado nominal e o estado real. Assim, um ajuste adequado do filtro permite a manipulação dessa diferença, o que pode impactar em um aumento de robustez do controle em malha fechada. Já nos casos anteriores, PNMPC e PNMPC modificado, a incerteza equivalente é afetada pelo atraso nominal e também por parâmetros do modelo utilizado.

5.4 CONCLUSÃO

Como comentado durante essa seção, a análise da robustez é muito importante, pois estratégias de controle que utilizam uma predição para o cálculo do próximo valor de controle estão naturalmente

sujeitas ao comportamento da incerteza predita, que depende tanto do modelo de perturbação quanto do esquema de compensação de atraso utilizado.

Assim, para garantir boa robustez em um esquema de controle que utiliza compensadores de atraso é importante que essa incerteza predita possua algumas características especiais, como não ser influenciada por parâmetros do modelo, em especial o tamanho do atraso nominal e também pelas variáveis do observador utilizado para estimar as incertezas reais.

Foi demonstrado tanto para o caso linear como para o caso não linear que no PNMPC a incerteza predita, que faz parte da predição, sofre influência da dinâmica do modelo, do tamanho do atraso nominal e também de um acúmulo de variáveis utilizadas para corrigir as predições, fornecidas pelo modelo de perturbação do PNMPC, possuindo então baixa robustez ao erro de estimação do atraso.

Apresentou-se também que para o caso do PNMPC modificado a robustez é incrementada. Foi comprovado analiticamente que a incerteza predita para o caso no qual o PNMPC utiliza um compensador de atraso do tipo preditor de Smith filtrado: não sofre influência da dinâmica do modelo; não sofre influência do atraso nominal; e também não sofre influência do acúmulo das variáveis de correção. Possuindo assim maior robustez do que os esquemas anteriores. E ainda ficou nítida a importância do filtro do preditor de Smith filtrado no sentido de poder ajustar a robustez do esquema de controle, já que ele atua diretamente no erro de predição.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresentou-se nesse trabalho uma alternativa para o controle preditivo robusto de processos não lineares com atraso de transporte. Como comentado inicialmente, estratégias nessa linha são interessantes quando: é necessário utilizar as vantagens dos controladores preditivos (como a possibilidade de levar em consideração restrições); é necessário representar de forma mais acurada os processos sob controle (utilizando para isto modelos não lineares); e quando é necessário também tratar o atraso na malha de controle.

Foi realizado um levantamento do histórico de pesquisas relacionadas ao impacto do atraso nos controladores preditivos e à robustez. Além disso, foram estudadas também soluções para o controle preditivo não linear e soluções para o tratamento do atraso na malha de controle, os compensadores de atraso. Como resultado desses esforços, determinou-se a estratégia PNMPC como uma boa opção para o controle preditivo não linear, por possuir uma boa relação desempenho, velocidade e simplicidade. Além disso, para tratar o atraso encontrou-se nos compensadores FSP uma opção adequada para garantir a robustez nesses casos.

Assim, foram introduzidos os conceitos de controladores preditivos com um enfoque dedicado nos controladores PNMPC. Também apresentou-se a teoria acerca dos compensadores de atraso preditor de Smith e preditor de Smith filtrado, para em seguida apresentar uma introdução da compensação de atraso em controladores preditivos.

Para alcançar o primeiro objetivo do trabalho foram propostas duas principais estratégias. A primeira delas é o próprio PNMPC com uma compensação de atraso explícita e uma modificação no modelo de perturbação, que aumentou a sua robustez eliminando um acúmulo de valores de correções na incerteza predita. E a segunda estratégia consistiu na unificação do PNMPC com o FSP, utilizando também a compensação de atraso explícita.

Vale ressaltar ainda a generalidade da modificação proposta, já que ela situa-se no esquema de compensação de atraso. Isso permite que ela também seja aplicada em outras estratégias de controle preditivo utilizando compensação de atraso explícita, como é o caso do GPC. Ainda, por proporcionar maior robustez no controle de processos não lineares com pontos de equilíbrio estáveis e com atraso e por poder ser utilizada em processos não lineares com pontos de equilíbrio instáveis apresenta grande vantagem perante outras estratégias de compensação

de atraso, como o preditor de Smith.

Em seguida, foi realizada uma análise para demonstrar a melhoria no comportamento robusto das estratégias propostas, principalmente no caso do PNMPC com compensação de atraso via preditor de Smith filtrado. Nesse caso, observa-se que a incerteza predita não é influenciada pela dinâmica do modelo, nem pelo atraso de transporte e muito menos por acúmulo das variáveis de correção do modelo de perturbação. Ressaltou-se ainda a importância do filtro do preditor de Smith filtrado por permitir ajustes na robustez e na dinâmica da resposta a perturbação.

A relevância desse trabalho está em apresentar uma análise teórica da robustez, comprovando analiticamente os ganhos ao se utilizar a estratégia de compensação de atraso preditor de Smith filtrado em conjunto com o PNMPC. Dessa forma, é possível resolver um problema complexo de controle, o controle preditivo não linear de processos com atraso de transporte, de forma robusta. Pode-se concluir então que a utilização do PSF em união com o PNMPC é extremamente vantajosa e que é possível garantir maior robustez ao utilizá-la quando comparada com a compensação implícita do atraso realizada apenas pelo próprio PNMPC.

Ainda como resultado do trabalho foi aprovado e publicado um artigo, no SBAI (Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente) intitulado: “Compensador de atraso modificado para Sistemas não-lineares com tempo morto” [27].

Um ponto importante a se destacar sobre as estratégias de compensação de atraso desenvolvidas nesse trabalho é o caráter genérico de sua formulação. Por estar associada a um esquema de controle o qual utiliza previsões futuras fornecidas a um controlador primário para controlar um processo com atraso, é possível utilizar os mesmos conceitos em outras técnicas que utilizam abordagens semelhantes para a correção do erro de regime.

Como perspectivas futuras desse trabalho é interessante a realização de estudos a fim de se obter uma estratégia capaz de garantir a satisfação robusta de restrições. Esse caminho de pesquisa é importante, pois a possibilidade de aplicar restrições é uma das principais vantagens de controladores preditivos e assim a garantia da satisfação robusta é uma grande contribuição.

Um caminho interessante também é o de estudo de casos práticos, abordando o desempenho da estratégia desenvolvida em aplicações reais. E ainda, como trabalhos futuros pode-se destacar o estudo de robustez na presença de observadores de estados.

REFERÊNCIAS

- 1 PLUCENIO, A. *Desenvolvimento de Técnicas de Controle Não Linear para Elevação de Fluidos Multifásicos*. 341 p. Tese (Tese de Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2010.
- 2 SANTOS, T. L. M. *Contribuições para o Controle Preditivo com Compensação de Atraso Robusta*. 200 p. Tese (Tese de Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2011.
- 3 CAMACHO, E.; BORDONS, C. *Model Predictive Control*. [S.l.]: Springer-Verlag, 2004.
- 4 NORMEY-RICO, J. E.; CAMACHO, E. F. Robustness effects of a prefilter in a Smith predictor-based generalised predictive controller. *IEE Proceedings: Control Theory and Applications*, v. 146, n. 2, p. 179–185, 1999. Disponível em: <www.scopus.com>.
- 5 FINDEISEN, R.; ALLGÖWER, F. An introduction to nonlinear model predictive. Control, 21st Benelux Meeting on Systems and Control, Veidhoven.
- 6 NORMEY-RICO, J.; CAMACHO, E. *Control of Dead-time Processes*. London: Springer, 2007.
- 7 SMITH, O. J. Closer control of loops with dead-time. *Chem. Eng. Progress*, 1957.
- 8 QIN, S. J.; BADGWELL, T. A. A survey of industrial model predictive control technology. *Control Engineering Practice*, v. 11, n. 7, p. 733–764, 2003. Cited By (since 1996): 962. Disponível em: <www.scopus.com>.
- 9 CANNON, M. Efficient nonlinear model predictive control algorithms. *Annual Reviews in Control*, v. 28, n. 2, p. 229–237, 2004.
- 10 GENCELI, H.; NIKOLAU, M. Design of robust constrained model predictive controllers with volterra series. *AIChE Journal*, v. 41, n. 9, p. 2098–2107, 1995.
- 11 BALAKRISHNAN, V.; KOTHARE, M. V.; MORARI, M. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities. *Automatica*, v. 32, n. 10, p. 1361–1379, 1996. ISSN 0005-1098.

- 12 CHOI, J. Y.; SON, W. K.; KWON, O. Robust predictive control of uncertain nonlinear system with constrained input. *Transaction on Control, Automation and System Engineering*, v. 4, p. 289–295, 2002.
- 13 SAKIZLIS, V.; MANTHANWAR, A.; PISTIKOPOULOS, E. Robust parametric predictive control design for polytopically uncertain systems. *American Control Conference*, 2005.
- 14 LU, Y.; ARKUNL, Y. A scheduling quasi-minmax MPC for LPV systems. *American Control Conference*, p. 2272–2276.
- 15 DOUGHERTY, D.; COOPER, D. A practical multiple model adaptive strategy for single-loop MPC. *Control Engineering Practice*, v. 11, n. 2, p. 141–159, 2003. ISSN 0967-0661.
- 16 SHI, Y.; CHAI, T.; YUE, H. Robust one-step model predictive control for discrete time-delay systems. In: *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)*. [s.n.], 2008. v. 17. Disponível em: <www.scopus.com>.
- 17 RAO, C. V.; WRIGHT, S. J.; RAWLINGS, J. B. Application of interior-point methods to model predictive control. *Journal of Optimization theory and applications*, v. 99, n. 3, p. 723–757, 1998.
- 18 OLARU, S.; NICULESCU, S.-I. Predictive control for linear systems with delayed input subject to constraints. In: *Proceedings of the XVII IFAC Triennial Congress*. [S.l.]: IFAC, 2008.
- 19 GONZALEZ, A. H.; ODLOAK, D. Robust model predictive controle for time delayed systems with optimizing targets and zone control. In: _____. *Robust Contro, Theory and Applications, Andrzej Bartoszewicz (Ed.)*. [S.l.: s.n.], 2011.
- 20 GALVEZ-CARRILLO, M.; De Keyser, R.; IONESCU, C. Nonlinear predictive control with dead-time compensator: Application to a solar power plant. *Solar Energy*, 2009.
- 21 BLOEMEN, H.; BOOM, T. Van de; VERBRUGGEN, H. Model-based predictive control for Hammerstein systems. In: *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*. Sidney, Australia: IEEE.
- 22 SANTOS, J. E. S. *Controle Preditivo Não Linear para Sistemas de Hammerstein*. Tese (Tese de Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2005.

- 23 RAMIRES, D. et al. Min-max MPC based on a computationally efficient upper bound worst case cost. *Journal of Process Control*, 2006.
- 24 LU, Y.; ARKUNL, Y. A praticle multiple model adaptative strategy for single-loop MPC. *Control Engineering Prattice*, 2003.
- 25 LAZAR, M. *Nonlinear controler based on the EPSAC aproach*. Dissertação (Mestrado) — University of Ghent, 2001.
- 26 NORMEY-RICO, J. E.; CAMACHO, E. F. Unified approach for robust dead-time compensator design. *Journal of Process Control*, v. 19, n. 1, p. 38–47, 2009. ISSN 0959-1524. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152408000279>>.
- 27 THOME, F.; SANTOS, T.; NORMEY, J. Compensador de atraso modificado para sistemas não-lineares com tempo morto. *Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, 2013.
- 28 LIMON, D. et al. Robust design of dead time compensator controllers for constrained non-linear systems. *European Control Conference*, 2011.